

# Българско списание за **Инженерно ПРОЕКТИРАНЕ**

**брой №8, април 2011г.**

## ЦЕЛ И ОБХВАТ

„Българско списание за инженерно проектиране” е периодично научно списание с широк научен и научно-приложен профил. Целта му е да предостави академичен форум за обмен на идеи между учените, изследователите, инженерите, потребителите и производителите, работещи в областта на машиностроенето, транспорта, логистиката, енергетиката, технологиите, съвременното компютърно проектиране, а също така и в областта на различни интердисциплинарни научни и научно-приложни проблеми. Издателите приветстват научни публикации с високо качество и значими научни, научно-приложни и творчески приноси.

## РЕДАКЦИОННА КОЛЕГИЯ

### Почетен председател

**Л. Димитров**, ТУ-София, България

### Председател

**Б. Григоров**, ТУ-София, България

### Членове

<b>М. Георгиев</b>	ТУ-София, България	<b>К. Деметрашвили</b>	ТУ, Тбилиси, Грузия
<b>Д. Ралев</b>	ТУ-София, България	<b>С. Симеонов</b>	ТУ, Бърно, Чехия
<b>Г. Дюкенджиев</b>	ТУ-София, България	<b>В. Иванов</b>	Одески национален политехнически университет, Украйна
<b>М. Денчев</b>	ТУ-София, България	<b>А. Янакиев</b>	Nottingham Trent University, UK
<b>И. Малаков</b>	ТУ-София, България	<b>Н. Чернев</b>	University of Auvergne, France
<b>П. Петров</b>	ТУ-София, България	<b>V. Lepadatescu</b>	Transilvania University of Brashov, Romania
<b>В. Панов</b>	ТУ-София, България	<b>N. Zrnic</b>	University of Belgrad, Serbia
<b>М. Георгиев</b>	ТУ-София, България	<b>M. Jovanovic</b>	University of Nish, Serbia
<b>Ст. Карапетков</b>	ТУ-Сливен, България	<b>D. Michalopoulos</b>	University of Patras, Greece

### Редактор

**Р. Митрев**, ТУ-София, България

**Издател:** Машиностроителен факултет, Технически университет-София. ISSN 1313-7530; **Адрес на редакцията:** София, бул. Климент Охридски №8, Технически Университет-София, бл.4, Машиностроителен факултет; **Електронна версия:** [bjed.tu-sofia.bg](http://bjed.tu-sofia.bg); **Дизайн на корицата:** Радослав Козарев

# Bulgarian journal for **Engineering Design**

**issue №8, april 2011**

## **AIM AND SCOPE**

Bulgarian Journal for Engineering Design is a periodical scientific issue covering wide scientific and application areas of engineering activities. The aim of the journal is to provide an academic forum for exchange of ideas and information between scientists, engineers, manufacturers and customers working in the spheres of mechanical engineering, transport, logistics, power engineering, modern computer – aided design and technology and solving different interdisciplinary scientific and applied problems. The editors welcome articles of substantial quality bearing significant contribution to the engineering knowledge.

## **EDITORIAL BOARD**

### **Honorable chairman**

**L.Dimitrov**, TU-Sofia, Bulgaria

### **Chairman**

**B.Grigorov**, TU-Sofia, Bulgaria

### **Members**

<b>M.Georgiev</b>	TU-Sofia, Bulgaria	<b>K.Demetrashvili</b>	TU, Tbilisi, Georgia
<b>D.Ralev</b>	TU-Sofia, Bulgaria	<b>S.Simeonov</b>	TU, Brno, Czech Republic
<b>G.Diukendzhiev</b>	TU-Sofia, Bulgaria	<b>V.Ivanov</b>	Odessa national university, Ukraine
<b>M.Danchev</b>	TU-Sofia, Bulgaria	<b>A.Ianakiev</b>	Nottingham Trent University, UK
<b>I.Malakov</b>	TU-Sofia, Bulgaria	<b>N.Chernev</b>	University of Auvergne, France
<b>P.Petrov</b>	TU-Sofia, Bulgaria	<b>B.Lepadatescu</b>	Transilvania University of Brashov, Romania
<b>V.Panov</b>	TU-Sofia, Bulgaria	<b>N.Zrnic</b>	University of Belgrad, Serbia
<b>M.Georgiev</b>	TU-Sofia, Bulgaria	<b>M.Jovanovic</b>	University of Nish, Serbia
<b>St.Karapetkov</b>	TU-Sliven, Bulgaria	<b>D.Michalopoulos</b>	University of Patras, Greece

### **Editor**

**R.Mitrev**, TU-Sofia, Bulgaria

**Publisher:** Mechanical Engineering Faculty, Technical University-Sofia. ISSN 1313-7530; **Publisher Address:** Bulgaria, Sofia, Kliment Ohridski blvd. №8, Technical University-Sofia, Mechanical engineering faculty; **Electronic version:** [bjed.tu-sofia.bg](http://bjed.tu-sofia.bg); **Cover design:** Radoslav Kozarev

## СЪДЪРЖАНИЕ

<b>За единна и правилна терминология в областта на зъбните предавки и на другите трансмисионни елементи</b> .....	5
К.Арнаутов, Л.Димитров, П.Генова, С.Павлов	
<b>Граничен преход на дискретна равномерно еластична система към система с разпределени параметри</b> .....	21
Л. Кочев, Я.Стоянова	
<b>Анализ закономерностей развития основных параметров одноковшовых экскаваторов</b> .....	29
В.Павлов	
<b>Синтез на затворен винтов диференциален механизъм с голямо предавателно отношение и намалени габарити</b> .....	35
К.Стоичков, Т.Годоров	
<b>К вопросу о конструкциях конусных дробилок мелкого дробления</b> .....	39
Ю.Лагунова, Е.Суслина, А.Колянов	
<b>Об одном из возможных подходов к оценке площади осевого профиля рабочей зоны или ее фрагмента</b> .....	43
П.Побегайло	
<b>К вопросу проектирования стрел экскаваторов-драглайнов</b> .....	47
В.Шестаков, Т.Головнёва	
<b>Коефициент на полезно действие на затворен винтов диференциален механизъм</b> .....	53
К.Стоичков, Т.Годоров	
<b>Новые технические решения для спасения людей при ликвидации последствий чрезвычайных ситуаций</b> .....	59
Э.Смоляницкий, П.Побегайло	
<b>XML моделиране на генетични алгоритми</b> .....	75
Б.Туджаров, В.Пенчев, В.Христов	
<b>Автоматизация моделирования приводов и рабочих процессов машин для земляных работ</b>	81
В.Павлов	
<b>Собствени вектори и форми на трептене на последователни линейни системи с еднакви маси и еластичности чрез полиноми на Чебишов</b> .....	89
В.Живков, Л.Кочев	
<b>Центроидни зъбни механизми с различни многовърхови елиптични колела</b> .....	95
К.Стоичков	
<b>Modeling and path tracking control of an articulated wheeled mobile robot</b> .....	99
P.Petrov	

## CONTENTS

<b>Unified and correct terminology in the field of gearing and other transmission elements.....</b>	5
K.Arnaudov, L.Dimitrov, P.Genova, S.Pavlov	
<b>Limit passage of discrete equimass elastic system to the system with distributed parameters.....</b>	21
L.Kochev, Y.Stoyanova	
<b>Analysis of laws of basic parameters of excavators.....</b>	29
V.Pavlov	
<b>Synthesis of closed differential screw mechanism with high velocity ratio and reduced dimensions.....</b>	35
K.Stoichkov, T.Todorov	
<b>About the design of cone crushers for fine crushing.....</b>	39
Yu.Lagunova, E.Suslina, A.Kolyanov	
<b>A possible approach for estimation of the area of the planar section of the working zone or its fragment.....</b>	43
P.Pobegailo	
<b>Additional considerations to the design of excavators-draglines booms.....</b>	47
V.Shestakov, T.Golovneva	
<b>Mechanical efficiency of closed differential screw mechanism.....</b>	53
K.Stoichkov, T.Todorov	
<b>New technical solutions for rescue of people in emergency situations.....</b>	59
E.Smolianickii, P.Pobegailo	
<b>XML modeling of genetic algorithms.....</b>	75
B.Tudzharov, V.Penchev, V.Hristov	
<b>Drive automation simulation and working processes of earth moving.....</b>	81
V.Pavlov	
<b>Eigenvector problem of the chain linear system with equal mass and elasticity through the Chebishev's polinomes.....</b>	89
V.Zhivkov, L.Kochev	
<b>Centroid type mechanism with differently multi-lobe elliptical gears.....</b>	95
K.Stoichkov	
<b>Modeling and path tracking control of an articulated wheeled mobile robot.....</b>	99
P.Petrov	

## ЗА ЕДИННА И ПРАВИЛНА ТЕРМИНОЛОГИЯ В ОБЛАСТТА НА ЗЪБНИТЕ ПРЕДАВКИ И НА ДРУГИТЕ ТРАНСМИСИОННИ ЕЛЕМЕНТИ

Кирил АРНАУДОВ<sup>1</sup> Любомир ДИМИТРОВ<sup>2</sup>  
Пенка ГЕНОВА<sup>3</sup> Стефан ПАВЛОВ<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Институт по Механика при Българска Академия на науките, София, България  
e-mail: [k\\_arnaudov@abv.bg](mailto:k_arnaudov@abv.bg)

<sup>2</sup>катедра „Машинни елементи и неметални конструкции”, Технически университет-София, България,  
e-mail: [lubomir\\_dimitrov@tu-sofia.bg](mailto:lubomir_dimitrov@tu-sofia.bg)

<sup>3</sup>Българска академия на науките, София, България  
e-mail: [pengenova@gmail.com](mailto:pengenova@gmail.com)

<sup>4</sup>катедра „Теория на машините и механизмите”, Технически университет-София, България

**Резюме:** Единната и правилна терминология е особено важна в днешно време на бърза глобализация на света, на широки контакти и обмен между учените и специалистите. Настоящата статия има за цел да спомогне за преодоляване на неправилното използване на някои термини в областта на зъбните предавки и на другите трансмисионни елементи в нашата страна.

**Ключови думи:** предавки, механизми, съединители, зъбни предавки, червячни предавки, епициклични предавки, планетни предавки, диференциални предавки, вълнови предавки, редуктори, мултипликатори, зъбен контур, зъбен профил, зъбна рейка, зъбен гребен, зъбна двойка, колесна двойка, предавателно отношение, предавателно число, оптимизация.

### 1. УВОД

Терминологията вероятно не е най-важното в една научна област, но положително тя е достатъчно важна, след като в машинните науки в миналото в СИБ се работеше за единна терминология [1,2], а още по-отдавна, включително и понастоящем в международните организации ISO и IFTOMM, т.е. в световен мащаб се ангажират хора, време, сили и финансови средства и се работи за създаването на единна и правилна международна терминология [3,4,5,6,7,8,9].

Важността на терминологията в учебния процес се обуславя от обстоятелството, че “Теория на механизмите и машините” (ТММ) е първата учебна дисциплина след математиката, физиката, химията, техническото чертане, механиката, съпротивлението на материалите и материалознанието, която започва да работи с термини на машинната техника. Правилна или неправилна, тази терминология се възпроизвежда в следващите ТММ учебни дисциплини. Веднъж въведена неправилната терминология, тя много трудно се променя. Затова изключително важно е началото, което се поставя при терминологията.

Важността днес на единната и правилна терминология в световен мащаб се обуславя още от обстоятелството, че живеем във време на тотална глобализация. Тя е важно средство за общуване между учените и специалистите от различните страни. Нашата терминология естествено не може да бъде различна от международната.

Целта на настоящата статия е да погледне критично на нашата досегашна практика в тази област и да спомогне за преодоляване на съществуващите неправилности. Тя е продължение на две предходни статии, където проблемите се поставят пред международната общност [10,11].

### 2. МАШИНЕН АГРЕГАТ И НЕГОВИТЕ КОМПОНЕНТИ

Уместно е още в началото да се изяснят компонентите на един машинен агрегат и трансмисионните елементи.

На фиг.1а) е изобразен схематично един машинен агрегат от най-простия и същевременно най-често срещания се вид, състоящ се от 3 основни компоненти:

- силова машина (двигател, мотор) – С.М.;

- работна машина (изпълнителен орган) – Р.М.;

- предавка – Пр.

Освен това има входящ съединител (Сд.А) и изходящ съединител (Сд.В), свързващи валовите на тези три компоненти.

На фигурата са означени още:

- това, което се нарича трансмисия – от вала на силовата машина (С.М.) до вала на работната машина (Р.М.);

- и това, което се нарича задвижване (привод) – а това е силовата машина (С.М.) заедно с трансмисията;

- а пък цялото представлява машинен агрегат.

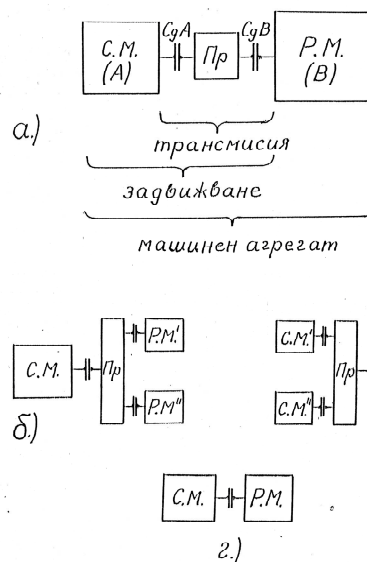
Освен изображения на фиг.1а) машинен агрегат, съществуват разбира се и по-сложни случаи на едномоторно (фиг.1б)), двумоторно (фиг.1в)), или многомоторно задвижване. Също се среща, макар и много рядко случая на машинен агрегат без предавка, т.е. случая на директно свързване – примерно на електродвигател с центробежна помпа (фиг.1г)) и други.

Всеки от компонентите на машинния агрегат изпълнява определена функция. Функцията на предавките изобщо и на зъбните в частност е не само да предават механична енергия, респективно мощност, но и да променят параметрите ѝ – въртящ момент  $T$  и ъглова скорост  $\omega$ . Затова още тук трябва изрично да се изтъкне, че предавките, независимо от вида им (зъбни, ремъчни, верижни, триещи или вариатори)представляват функционално цяло. Предавката не е само зъбните колела или ремъка, веригата и т.н. Следователно една зъбна предавка се състои освен от зъбни колела, но още от валове, лагери, корпус, смазочна система, а в някои случаи и от охладителна система, следяща система, експлозионна защита и други.

Предавки и механизми

В някои литературни източници [12], специално при зъбните предавки се прави именно тази разлика между предавки и механизми. Без да се изразява това в явна форма, или дори може би без да се съзнава, но фактически и при нас много хора, например под зъбна предавка разбират сякаш зацепена във въздуха двойка зъбни колела, респективно отделните стъпала на многостъпалните редуктори, докато механизъм (или редуктор) според тях бил вече налице, когато имало стойка

(корпус). Трудно може да се съгласи човек с това алогично положение.



**Фиг.1** Машинен агрегат и неговите компоненти:  
С.М. – силова машина (двигател, мотор); Р.М. - работна машина (изпълнителен орган); Пр. – предавка  
Сд. – съединител – входящ Сд.А, входящ Сд.В

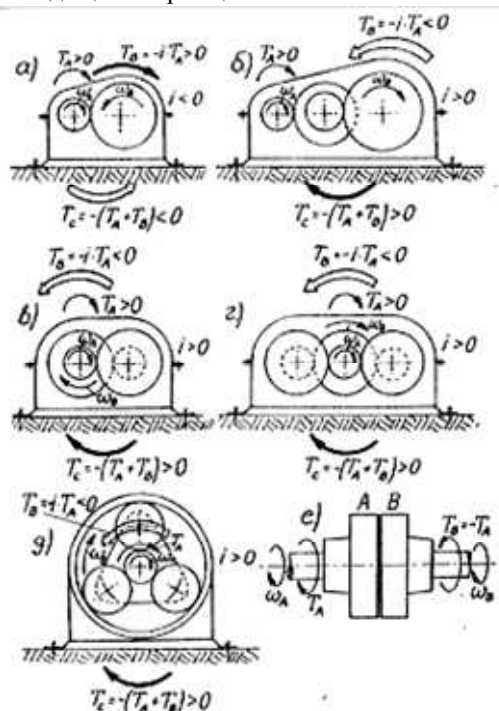
За разлика от строителството, където всичко е статично, в покой, то в машинната техника всичко се движи и всичко е изградено от механизми така че механизъм е едно по-общо, всеобхватно понятие. Отделните видове механизми изпълняват различни функции. Това важи както за предавките изобщо и в частност за зъбните, така също за съединителите и другите механизми. Не е редно двата термина “предавка” и “механизъм” да се противопоставят. Абсолютно алогично и недопустимо е да се твърди, че едно е “предавка”, а друго е “механизъм”. Двата термина се допълват. Единият конкретизира другия.

### 3. ПРЕДАВКИ И СЪЕДИНИТЕЛИ

Това е въпрос, по който наистина трябва да се въведе ред, тъй като както в нашата, така и в чуждестранната литература [13], а също и в учебния процес при нас се допуска една принципна грешка. Предавките и съединителите се отличават много съществено по различни белези.

По-долу се дава съпоставка на белезите [9,14,15], които определят кога един механизъм работи като предавка и кога като съединител (фиг.2). Входящите въртящи момент и ъглова скорост са означени  $T_A$  и  $\omega_A$ , изходящите въртящ

момент и ъглова скорост са означени с  $T_B$  и  $\omega_B$ , а реактивния момент от корпуса на предавката, респективно от фундамента с  $T_C$ .



фиг.2 Съпоставка на различните видове зъбни предавки със съединителите и действащите на тях моменти и ъглови скорости.

## Предавка

## Съединител

### 1. Структура

Състои се принципно от 3 части (фиг.2.а) до фиг.2.д):

- входящ вал А;
- изходящ вал В;
- преобразователна част С, в която се извършва преобразуването (трансформацията) на движението.

Входящият А и изходящият вал В не е задължително да са съосни. При това преобразуването (трансформацията) на движението в преобразователната част С може да стане при различните видове предавки по различен начин – механично, хидравлично, пневматично.

Състои се принципно от 2 части (фиг.2.е):

- първична част А;
- вторична част В;

Тези две части задължително са точно или приблизително съосни.

### 2. Предназначение

<p>Служи за желано (преднамерено) изменение на входящата ъглова скорост и на входящия въртящ момент с цел съгласуване на характеристиките на силовата (С.М.) и на работната машина (Р.М.), или по други, примерно конструктивни причини, т.е. представлява по същество механичен, хидравличен или пневматичен трансформатор и във всички случаи служи още за предаване на движение и мощност.</p>	<p>Служи само за предаване на движение и мощност, но не и за преобразуване на движението. Няма желано (преднамерено) изменение на входящата ъглова скорост и на входящия въртящ момент.</p>
---	---

### 3. Ъглови скорости

<p>Посоките на въртене на входящия <math>A</math> и на изходящия вал <math>B</math> могат да съвпадат или да са противоположни (фиг.2.а) до фиг.2.д). За ъгловите скорости <math>\omega_A</math> и <math>\omega_B</math> е в сила зависимостта:</p> $\omega_A \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \omega_B$ <p>При това предавателното отношение <math>i = \omega_A / \omega_B</math>, което е важна кинематична характеристика на всяка предавка, може да бъде както постоянно (<math>i = const</math>), така също и променливо, може да бъде функция на положението, т.е. <math>i = f(\varphi_A)</math> или да бъде променяно от оператора, както е при вариаторите.</p>	<p>Налице е винаги една и съща посока на въртене (фиг.2.е)), при което по правило е в сила зависимостта:</p> $\omega_A \geq \omega_B$ <p>Рядко, само при Кардановия механизъм, въртенето на вторичната част <math>B</math> е неравномерно и е функция на положението <math>\varphi_A</math>. Но тази неравномерност не е желана, затова там където се налага, се използват вместо Карданови съединители, т.н. синхронни съединители тип Rzeppa, Weiss [16] и други, както е например при задвижването на управляемите колела на моторни превозни средства (МПС).</p>
---	--

### 4. Въртящи моменти

<p>Налице са 3 момента в най-простия случай, при един входящ и един изходящ вал (фиг.2.а до фиг.2.д):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- входящ <math>T_A</math>;</li> <li>- изходящ <math>T_B</math>;</li> <li>- реактивен <math>T_C</math> от корпуса, респективно от фундамента.</li> </ul> <p>При стационарно положение е в сила следното условие за равновесие:</p> $\Sigma T_i = T_A + T_B + T_C = 0$ <p>Характерно е именно наличието на реактивен момент <math>T_C</math>. Освен това е в сила зависимостта:</p> $ T_A  \begin{matrix} > \\ < \end{matrix}  T_B $ <p>и още</p> $ T_A  \neq  T_B  \neq  T_C $	<p>Налице са само 2 момента (фиг.2.е): входящ <math>T_A</math> и изходящ <math>T_B</math> в съответствие с условието за равновесие:</p> $\Sigma T_i = T_A + T_B = 0$ <p>Тъй като (изключая Кардановия съединител в определено положение) тук <math> T_C  = 0</math> следва че винаги:</p> $ T_A  =  T_B $ <p>при другите видове съединители, т.е. при триещите, хидравличните и електрическите (индукционните) съединители. Само при Кардановия съединител изобщо</p> $ T_B  = f(\varphi_A) \approx  T_A  \text{ и }  T_C  \approx 0$ <p>и става точно <math> T_B  =  T_A </math> и <math> T_C  = 0</math> само когато <math>\gamma = 0^\circ</math> (<math>\gamma</math> - ъгъл между двата вала)</p>
--	--



5. Мощности

Както при предавките, така и при съединителите при стационарен режим са в сила зависимостите между входящата мощност  $P_A$  и изходящата  $P_B$  мощност, както и загубената мощност  $P_{загуб}$ . Рес-  
пективно:  $\Sigma P_i = \eta P_A + P_B = 0$

Че предавките изобщо и в частност естествено зъбните предавки представляват един вид трансформатор (преобразовател), аналог на всеизвестните електрически трансформатори, личи дори от такова наименование като “хидро-трансформатор”, за разлика от “хидро-съединител”. Разликата между предавка и съединител проличава може би най-добре именно при хидро-трансформаторите и хидро-съединителите. Докато при хидро-съединителите които се състоят от 2 части, действат два равни по големина но противоположни въртящи момента  $|T_A| = |T_B|$  (фиг.3.а) на входящия  $A$  и на изходящия вал  $B$ , то при хидро-трансформатора, както е при всяка предавка, действат 3 въртящи момента (фиг.3.б) на следните негови 3 части:  $T_A$  – на помпено колело  $\Pi$ , респ. на входящия (първичния) вал  $A$ ;  $T_B$  – на турбинното колело  $T$ , респ. на изходящия (вторичния) вал  $B$ ;  $T_C$  – на направляващия апарат (реактор  $P$ ).

За входящата мощност  $P_A$  е характерно съвпадането на посоките на въртящия момент  $T_A$  и ъгловата скорост  $\omega_A$ , така че произведението им е  $P_A = T_A \omega_A > 0$ . Обратно е положението при изходящата мощност  $P_B = T_B \omega_B < 0$ .

За разлика от другите видове съединители, при хидравличните съединители задължително е налице изоставане на ъгловата скорост  $\omega_B$  на изходящия вал  $B$  спрямо ъгловата скорост  $\omega_A$  на входящия вал  $A$ , т.е. налице е неравенството:

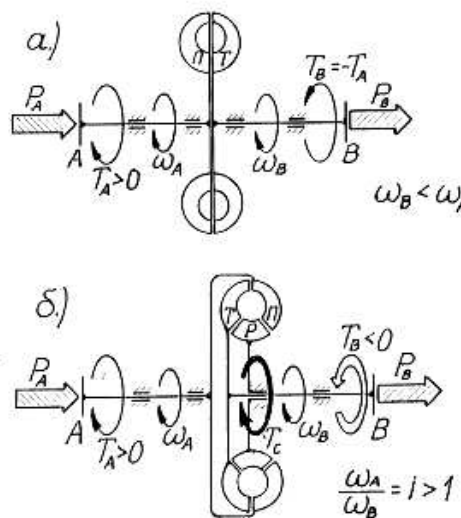
$$\omega_B < \omega_A$$

благодарение на което хидравличният съединител може да предава въртящ момент и мощност.

Хидро-трансформаторите пък осъществяват някакво предавателно отношение:

$$i = \frac{\omega_A}{\omega_B} > 1$$

което е променливо в зависимост от различни фактори.



**фиг. 3** Хидросъединител (а) и хидротрансформатор (б);  $\Pi$  – помпено колело;  $T$  – турбинно колело;  $P$  – реактор;  $P_A$  - входяща мощност;  $P_B$  - изходяща мощност;  $T_A$  и  $\omega_A$  – входящи въртящ момент и ъглова скорост;  $T_B$  и  $\omega_B$  – изходящи въртящ момент и ъглова;  $T_C$  – реактивен момент.

Що се отнася до Кардановия механизъм, то той се използва преди всичко и най-вече именно като съединител, което се доказва многократно от милионите автомобили, намиращи се в движение по целия свят. Наистина има един изключително рядък случай, например при изпитателните стендове по затворен контур, при които Кардановия механизъм се използва за създаването на периодично променящо се натоварване, благо-

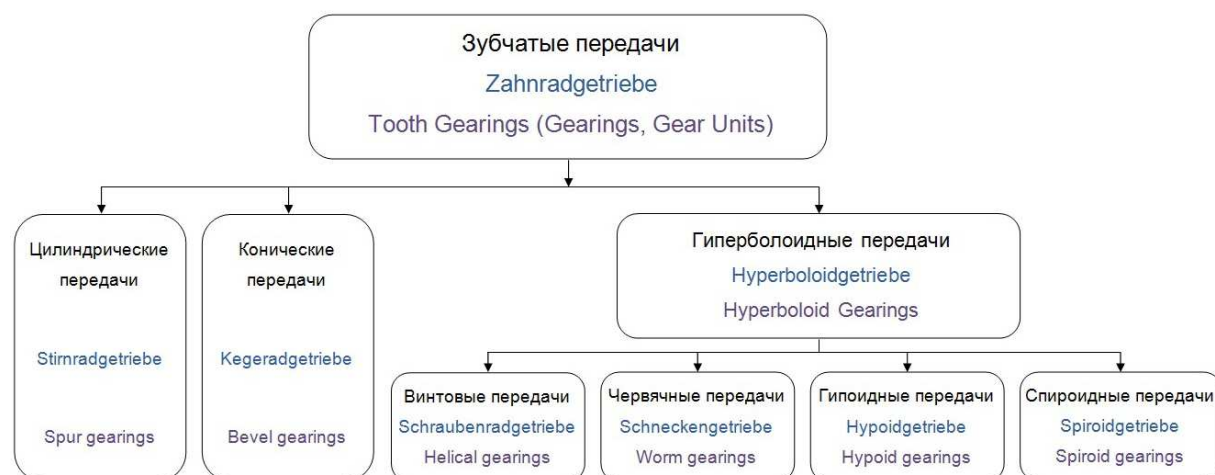
дарение на неравномерното му въртене, т.е. в този случай той действа наистина като предавка. Но този изключително рядък случай не е типичен и определящ. Затова не случайно и в българските и в руските учебници по “Машинни елементи” [17,18,19], а и на другите езици, [8,14,20], с пълно основание се говори за Карданов съединител. Практиката в някои катедри и учебни дисциплини у нас да се говори за Карданова предавка, създава само объркване в бъдещите инженери и това трябва категорично да се промени.

#### 4. ЗЪБНИ И ЧЕРВЯЧНИ ПРЕДАВКИ

Това е един безсмислица, с която се сблъскваме доста често у нас [21] и тя идва от руската литература [22], която естествено е най-достъпната чуждестранна литература у нас. Макар че този въпрос е повдигнат от българска страна в руската литература [10], очевидно там

инерцията е много голяма и нещата продължават по старому.

За отбелязване е, че в другите езици, освен в българския и руския, такова разделяне няма [4,14,15,20,23,24,25,40]. И то с пълно основание. И при червячните колела има зъби и при тях зацепването е не друго, а именно зъбно. Както се вижда от фиг.4, червячните предавки спадат към групата на хиперболоидните предавки, т.е. предавките на които аксоидите са хиперболоиди. Затова трябва решително да се скъса с това безсмислено словосъчетание “зъбни и червячни предавки”, защото червячните предавки са просто един от видовете зъбни предавки (фиг.4). Да се говори за “зъбни и червячни предавки” е толкова безсмислено, колкото да се говори за “математика и алгебра” или за “математика и аритметика”. Това са термини от различен ранг, както това лесно може да се прецени от фиг.4.



фиг. 4. Видове зъбни предавки

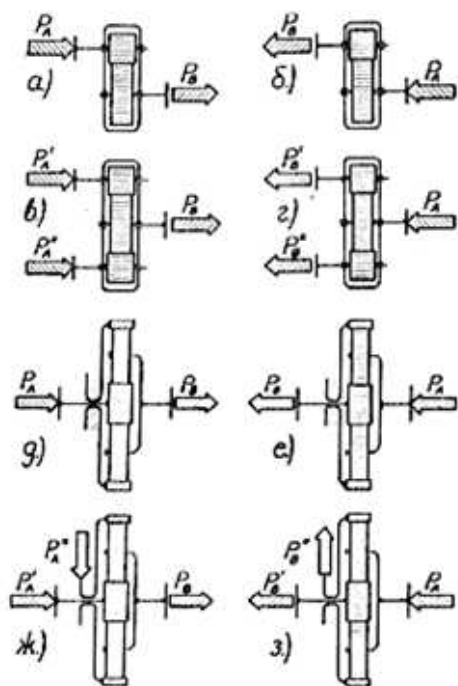
#### 5. ЗЪБНИ ПРЕДАВКИ И РЕДУКТОРИ

Свършено порочна е практиката под редуктор да се разбира едностъпална или многостъпална зъбна предавка, затворена в корпус. Това става, независимо, че в българските и руските учебници по ТММ [26,27,28] свършено правилно се изяснява какво е редуктор и какво е мултипликатор, а именно: че в първия случай

предавката служи за намаляване на ъгловата скорост, т.е. предавателното отношение  $|i| > 1$  и предавката работи като намаляваща, т.е. като редуктор. Във втория случай служи за увеличаване на ъгловата скорост, т.е. предавателното отношение  $|i| < 1$  и предавката работи като увеличаваща, т.е. като мултипликатор. Оттук следва, че терминът “редуктор” не е изолиран. Той об-

разува заедно с термина “мултипликатор” терминологична двойка и двата термина в никакъв случай не изразяват такъв конструктивен белег като затвореност в корпус, а единствено начин на работа. Фиг.5 илюстрира именно начините на работа на зъбните предавки, освен като редуктори или мултипликатори, но още като събирателни или разделителни предавки. С други думи термините “редуктор” и “мултипликатор” са функционална, а не конструктивна характеристика на една предавка.

Тук трябва да се посочи едно съществуващо противоречие. В документа на СИБ [1] зъбна предавка се дефинира като тризъвен механизъм, което е вярно разбира се само за елементарната, едностъпална предавка, докато практиката дори в руския език е съвсем друга. Там се говори за планетни предавки (именно предавки!) [29] и други, които в повечето случаи съвсем не са тризъвени механизми. Многостъпалните предавки също не са тризъвени механизми.



Фиг. 5 Начини на работа на различните видове зъбни предавки

- като редуктори – а.); в.) и д.);

- като мултипликатори – б.); г.) и е.);
- като събирателни предавки – в.) и ж.);
- като разделителни предавки – г.) и з.).

Очевидно под “зъбна предавка” трябва да се разбира функционалното цяло, каквато е международната практика [15,25], която може да работи по различен начин – като редуктор или мултипликатор, като събирателна или разделителна предавка, както е показано на фиг.5.

От изложеното до тук не бива да се добива впечатлението, че използването на термина “редуктор” е недопустимо. Естествено той има пълно право на съществуване, но трябва да се използва правилно (например: “мотор-редуктор” е свършено правилно или когато се касае за конкретна предавка, за която се знае че работи като редуктор). Но до какъв абсурд може да се стигне именно при неправилното използване на термина “редуктор”, може да се види в [30], където на стр. 352 се говори за “повышающий редуктор” и за “понижающий редуктор”. Всякакъв коментар тук е излишен!

Правилно е да се говори за зъбни колела и зъбни предавки [31], за зъбните колела на дадена предавка (редуктор или мултипликатор) или на отделните стъпала, но не и за “предавките на редуктора”. Неправилно е да има противопоставяне на двата термина „предавка” и „редуктор”.

## 6. ЕПИЦИКЛИЧНИ ИЛИ ПЛАНЕТНИ ПРЕДАВКИ, ПЛАНЕТНИ И ДИФЕРЕНЦИАЛНИ ПРЕДАВКИ

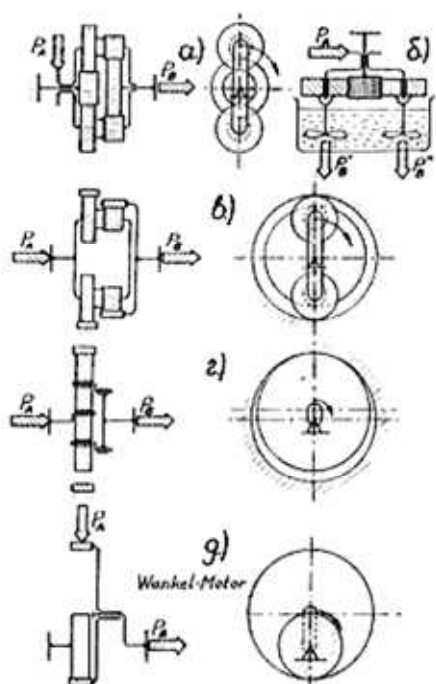
И това е един болен въпрос, резултат от заемки от старите съветски учебници по ТММ от преди 50 години [32,33]. Съгласно въведеното и поддържано за съжаление и досега у нас в литературата по ТММ положение [27,33,34,35], предавките с подвижни оси на зъбните колела били общо епициклични предавки, като тези с  $F = 1$  степен на свобода били планетни предавки, а тези с  $F = 2$  степени на свобода – диференциални предавки.

В същност положението е съвсем друго. Не планетните предавки са частен случай на така наречените епициклични предавки, а обратно (фиг.6) – епицикличните, хипоцикличните и пероцикличните предавки, които са термини от един и същ ранг, при това подчинен ранг, са все

планетни предавки и техни частни случаи. Всичките те притежават характерния общ белег – планетното движение на сателитите (планетните колела). При това, планетните предавки могат да работят както с 1, така също и с 2 степени на свобода  $F$ , т.е. (фиг.5.д до фиг.5.з):

при  $F = 1$  – като редуктори или мултипликатори;

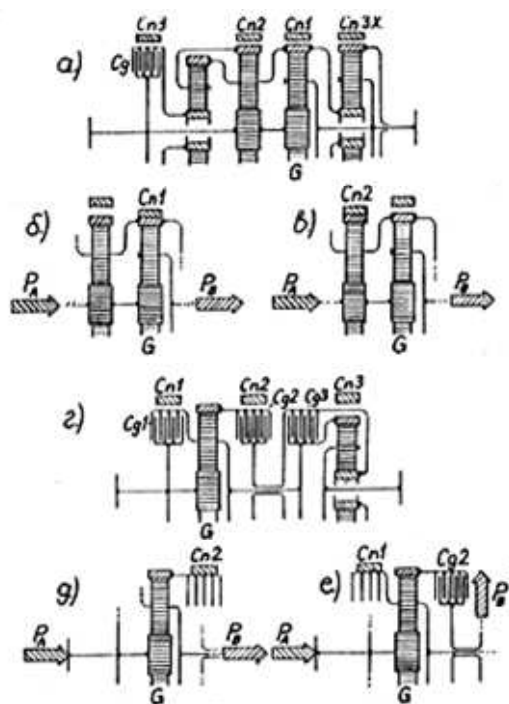
при  $F = 2$  – като диференциали, по-точно като събирателни или разделителни предавки при двумоторно или едномоторно задвижване.



**фиг. 6** Различни видове планетни зъбни предавки според кинематиката им [11]: а.) и б.) епициклични планетни предавки; в.) и г.) хипоциклични планетни предавки; д.) перициклична планетна предавка

Че това не са принципно различни видове предавки, а само възможни начини на работа на една и съща предавка, при това присъщи не само на планетните предавки, следва от обстоятелството, че и вълновите предавки също могат да работят както с  $F = 1$ , така и с  $F = 2$  степени на свобода, т.е. имат същите начини на работа както планетните предавки. Получава се следователно, че съществуват планетни и вълнови диференциали, както планетни и вълнови редуктори.

Фиг.7 показва съвсем нагледно, че една и съща планетна предавка, в случая предавката  $G$  от най-разпространения вид, като елемент от две предавателни кутии на МПС (фиг.7.а и фиг.7.г), може да работи по различен начин – както като предавка с  $F = 1$  (фиг.7.б,д,е) или с  $F = 2$  степени на свобода, включително като затворена диференциална предавка (фиг.7.в), така също и като непланетна предавка при неподвижно водило (фиг.7.е) [11].

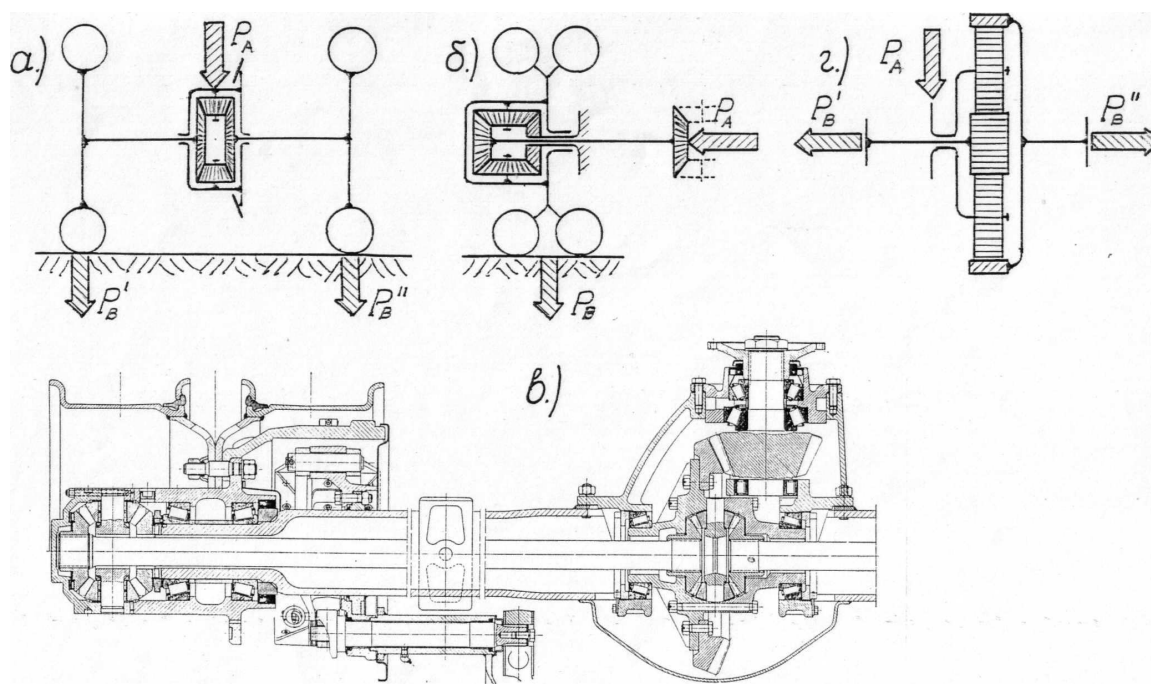


**фиг.7** Начини на работа на една и съща планетна зъбна предавка  $G$  от най-разпространения вид в две предавателни кутии а.) и г.) [11]: б.) като планетна предавка с  $F=1$  степени на свобода при включена спирачка Сп 1; в.) като планетна предавка с  $F=2$  степени на свобода т.е. като затворена диференциална предавка при включена спирачка Сп 2; д.) като планетна предавка с  $F=1$  степени на свобода при включена спирачка Сп 2; е.) като непланетна ("псевдопланетна") предавка при включена спирачка Сп 1 и съединител Сд 2.

Интересен е случая с конусната планетна предавка, изобразена на фиг.8.а, б и в. Обикновено тя се определя като диференциал и това може да се обясни с масовото ѝ разпространение в автомобилите като симетричен междуколесен

диференциал (фиг.8.а). В потвърждение на тезата, че зъбните предавки с подвижни оси на зъбните колела, т.е. планетните предавки, могат да работят както с  $F = 1$ , така също и с  $F = 2$  степени на свобода и че е неправилно да се делят на планетни и диференциални предавки като някакви принципно различни конструктивни видове предавки, се вижда нагледно от предавките, изобразени на фигурата. От фиг.8.б) и фиг.8.в) се вижда че ко-

нусната планетна предавка се използва не само като диференциал, но и като редутор в главините на колелата на камионите Volvo [14]. Фиг.8.г) пък показва, че най-разпространения вид цилиндрична планетна зъбна предавка може да работи също и като диференциал – като асиметричен междумостов диференциал на МПС за задвижване на двата двигателни моста.



**фиг.8** Начин на работа на конусните и цилиндричните планетни зъбни предавки: а) като симетричен междуколесен диференциал на моторно превозно средство; б) и в) като колесен редутор на камион Volvo; г) като асиметричен междумостов диференциал на моторно превозно средство

Трябва да се обърне специално внимание, че в по-новите руски учебници по ТММ, напр. на академик К.В.Фролов и колектив [28], а и в друга руска литература [19,36] вече изобщо не се говори за епициклични предавки, а само за планетни. Това ясно показва, че в Русия е преодоляно едно алогично положение.

Време е и у нас решително да се скъса с въпросния алогизъм.

Когато се говори за планетните предавки е уместно да се обърне също така внимание на една много порочна привичка у нас. Тя е, че мястото на символа  $i$  за предавателното отношение, което е

определено от математиката безусловно като място за степенния показател, се използва за индексирание, т.е. за означаване на неподвижното звено. Така например записът:

$$i_{1H}^3 = 1 + \frac{z_3}{z_1}$$

по замисъл означава предаване на движението от слънчевото колело 1 на водилото Н при неподвижно колело с вътрешни зъби 3. От математическа гледна точка обаче това не означава нищо друго, а че предавателното отношение  $i$  е повдигнато на степен 3, което е абсолютно неправилно. Затова е много по-удачно и не буди ни-

какво възражение, ако неподвижното звено се означава в скоби там, където е мястото на индексите, т.е. да бъде означено по следния начин:

$$i_{1H(3)} = 1 + \frac{z_3}{z_1}$$

## 7. ПЛАНЕТНИ И ВЪЛНОВИ ПРЕДАВКИ, ВЪЛНОВИ ПРЕДАВКИ С ТЪВРДИ ЗВЕНА

Вярно е, че вълновите предавки могат да се разглеждат като произлезли от планетната предавка  $K-H-V$  (фиг.б.г) чрез съответна модификация. Характерен белег при тях е обаче гъвкавостта на зъбното колело, което е било сателит във въпросната предавка. Не може да се пренебрегва този характерен белег и да се създава такава безсмислица за планетната предавка  $K-H-V$  като например “вълнова предавка с твърди звена” или “планетно-вълнова предавка”, както се случва у нас, защото това е *par excellence* планетна предавка, а не вълнова. На Пловдивския панаир пък могат да се срещнат такива чудновати словосъчетания от страна на българските изложители, като например “планетна предавка от сателитен тип” или “планетна предавка от вълнов тип”. Произволят в терминологията е очевиден.

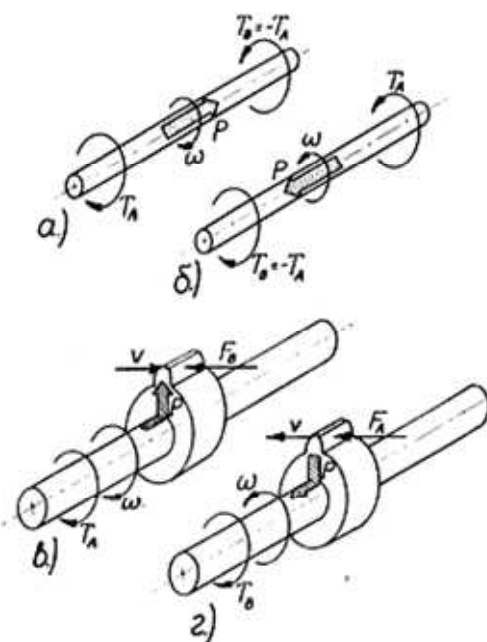
## 8. ЗЪБНА ДВОЙКА ИЛИ КОЛЕСНА ДВОЙКА

Много често се говори за “зъбна двойка”, като фактически се има предвид двойката зъбни колела, т.е. “колесната двойка”, което разбира се е неправилно. В същност “зъбна двойка” представлява двойка (зацепени) зъби (пара зъбъев - на руски, Zahnpaar - на немски), за разлика от двойка (зацепени) колела (пара колѐс - на руски, Radpaar - на немски). Очевидно тук трябва да се прави точна разлика между “зъбна двойка” и “колесна двойка (двойка колела)”, които са различни понятия и изразяват различни неща.

## 9. ВОДЕЦ И ВОДИМ ВАЛ, ВОДЕЩО И ВОДИМО ЗЪБНО КОЛЕЛО

Водене може да има примерно в един кулисен механизъм, или при колоосите на ж.п. возилата, които се водят по релсите, но валове и зъбни колела не се водят.

Правилно е да се говори за задвижващ и задвижван вал, както и за задвижващо и задвижвано зъбно колело, изхождайки от посоката на предаване на движението и мощността (фиг.9). Имено съобразявайки се с тази посока, трябва да се поясни че всяко звено в същност първо е задвижвано и след това става задвижващо за следващото звено в кинематичната верига в зависимост от посоката на предаване на мощност.



$$P_A = T_A \omega_A > 0, P_B = T_B \omega_B < 0 \text{ или } P_A = F_A v > 0, P_B = F_B v < 0$$

фиг.9 Посока на предаването на мощността  $P$  при валове и зъбни колела: а.) и б.) валове; в.) и г.) зъбни колела.

## 10. ПРЕДАВАТЕЛНО ОТНОШЕНИЕ И ПРЕДАВАТЕЛНО ЧИСЛО

И в това отношение се правят недопустими грешки. Това е още по-печално, като се има предвид, че тъкмо преподаватели във ВУЗ, които би трябвало да бъдат образцови в използването на правилна терминология, в свои публикации и в разговорната си реч проявяват поразителна небрежност, въпреки съществуването освен на учебници [18,37] но и на нормативни документи [1,2,38,39]. Забравя се, че предавателното отно-

шение  $i$  е една кинематична характеристика, както на една предавка като цяло, която може да бъде многостъпална, така също и на двойка зацепени зъбни колела, т.е. на отделното стъпало. Предавателното отношение  $i$  представлява отношение на ъгли скорости, по правило изхождайки от посоката на предаване на движение и на мощност, така че е:

$$i = \frac{\omega_A}{\omega_B} \geq |1|$$

където  $\omega_A$  е ъгловата скорост на входящия вал в общия случай на една многостъпална предавка, респ. на задвижващото колело, а  $\omega_B$  - на изходящия вал, респ. на задвижваното зъбно колело.

За разлика от предавателното отношение  $i$ , предавателното число  $u$  представлява една чисто геометрична характеристика при това само на двойка зацепени зъбни колела, т.е. на отделно стъпало на многостъпалните предавки и показва колко пъти голямото колело 2 е по-голямо от малкото колело 1, [1,2,18,38,39], т.е.:

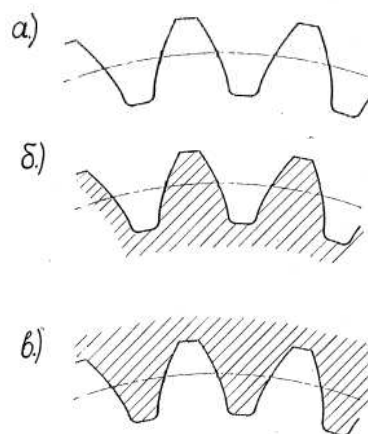
$$u = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1} \geq 1$$

Една многостъпална зъбна предавка няма предавателно число  $u$ , а предавателно число имат само отделните ѝ стъпала. Не случайно, в немската терминология предавателното число  $u$  съвсем точно се нарича *Zähnezahlverhältnis*, т.е. отношение на броя на зъбите [14,15,20,23,24,25,40].

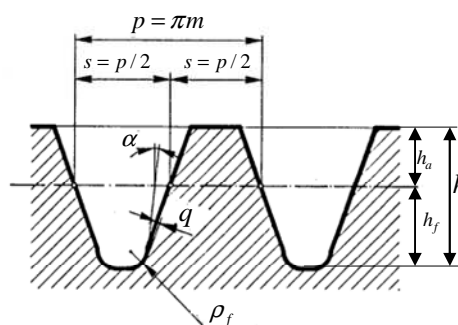
## 11. ЗЪБЕН КОНТУР И ЗЪБЕН ПРОФИЛ

За голямо съжаление в руската литература, а оттам и в българската терминология не се прави принципна разлика между “контур” и “профил”. Както се вижда от фиг.10 при един и същ контур, който представлява само линията, т.е. очертанието на зъб, може да се получи изпъкнал или вдлъбнат зъбен профил. Затова е редно, вместо за “изходен контур” да се говори за “изходен профил”, когато се взима предвид от коя страна на контура е разположен материалът. Термините “изходен контур” и “изходен произвеждащ контур” естествено имат право на съществуване и те много сполучливо може да се използват и се използват при разглеждането не само на външното

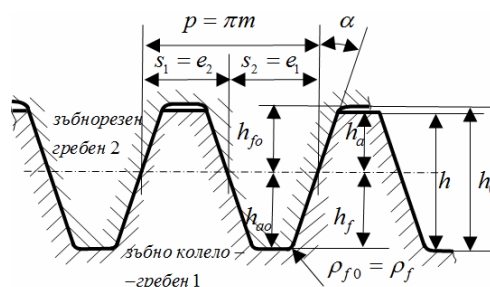
зацепване (фиг.11), но условно и на вътрешното зацепване [18].



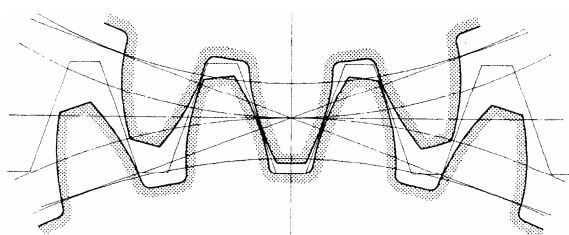
фиг. 10 Зъбен контур и зъбен профил:  
а.) зъбен контур; б.) изпъкнал зъбен профил; в.) вдлъбнат зъбен профил



а)



б)



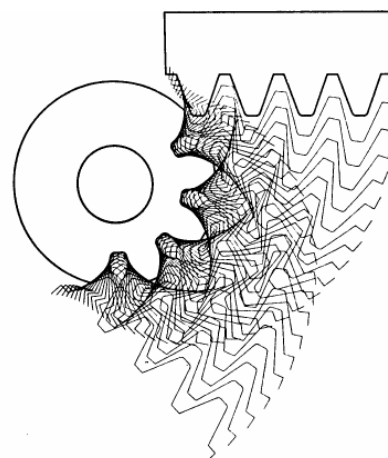
в)

**фиг.11** Изходен профил, изходен произвеждащ профил и изходен произвеждащ контур. а.) Изходен профил на зъбно колело-гребен;б.) Изходни профили на два зацепени зъбни гребена – зъбно колело 1 и зъборезен гребен 2; в.) Двойка зацепени зъбни колела и общия изходен произвеждащ контур

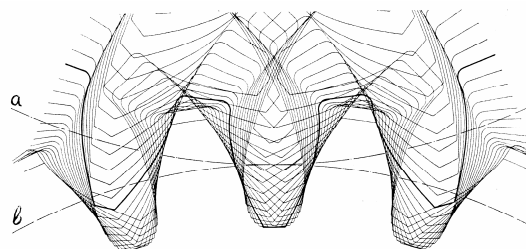
## 12. МЕТОД НА ОБХОЖДАНЕТО ИЛИ МЕТОД НА ОТЪРКАЛВАНЕТО

Проф. Г. Ангелов, като първи професор по “Машинни елементи” в България, в създадения през 1945 год. Машинен факултет в София, създава терминологията в областта на зъбните предавки [17]. Тя общо взето е правилна, отговаря на международната и проф. Ангелов има безспорна заслуга за създаването на добра българска терминология.

Възражение буди обаче термина “метод на обхождането”. Ако човек се замисли логически, ще си даде сметка че обхождането се извършва стъпка по стъпка, а стъпката при зъбните колела това е още т.н. “деление” р (оттам термина “делителна окръжност”). А това пък не означава нищо друго освен последователно изработване на отделните междузъбия. Затова правилен е терминът, който съществува в руския и в немския език и правилно отразява същността на метода – на руски “метод обкатки”, а на немски е същото - “Abwälzverfahren” (фиг.12). А той е правилен, защото е налице отъркалване без плъзгане на производствените центроиди в процеса на зъбообработването на нарязваното зъбно колело и на зъборезния инструмент – зъбен гребен, червячна фреза, зъбодълбачно колело. Макар че още преди години в някои БДС [38,39] беше въведен логичния термин “метод на отъркалването”, досегашната практика показва колко е трудно да се измени един термин, въведен в началото. Все още тук и там битува терминът “метод на обхождането”.



а)



б)

**фиг.12** Метод на отъркалването. а.) Нарязване със зъборезен гребен; б.) нарязване със зъбодълбачно колело.

## 13. ЗЪБНА РЕЙКА ИЛИ ЗЪБЕН ГРЕБЕН

Много често се използва термина “зъбна рейка” или просто “рейка”. Не съществува никакво логическо основание да се предпочита тази чуждица, която дори не е руска дума, а английска - gask, пред изразителния български термин “зъбен гребен”.

## 14. ИЗЧИСЛЯВАНЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ НА ЗЪБНОТО ЗАЦЕПВАНЕ И НА ЗЪБНИТЕ ПРЕДАВКИ

Фактически под “изчисляване на зъбни предавки” много често, дори най-често се разбира само якостното изчисляване на зъбите на зъбните колела. Това разбира се е свършено ограничено и неправилно виждане. Забравя се, че една зъбна



предавка се състои не само от (сякаш зацепени във въздуха !) зъбни колела, но още и от валове, лагери, съединения вал-главина, корпус, смазочна система, охладителна система и т.н., т.е. че тя представлява функционално цяло. Оттук следва, че под “изчисляване на зъбните предавки” трябва да се разбира изчисляването на различните им елементи, при което изчисленията биват: якостни, деформационни, дълготрайности, смазочни, топлинни и т.н. Редно е и в тази насока да се въведе ред в учебния процес.

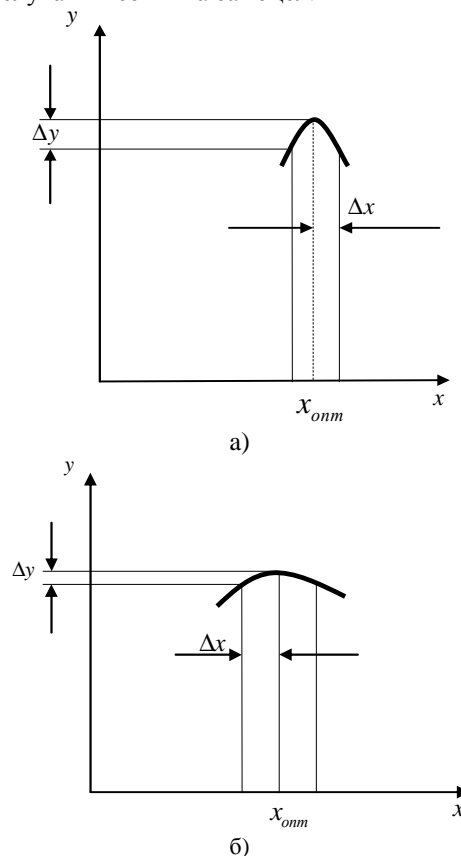
Подобно е положението и с т.н. “оптимизация на зъбните предавки” от каквата по принцип има нужда. В същност тази оптимизация означава далеч не само оптимизация на зъбното зацепване, както за съжаление на практика става, а обхваща много повече обекти на оптимизацията. Оптимизацията на зъбните предавки може примерно да обхваща:

- оптималното разпределение на предавателното отношение  $i$  на една многостъпална предавка между отделните ѝ стъпала;
- якостната оптимизация на отделните елементи на зъбната предавка;
- оптимизацията на к.п.д. (особено важно примерно за планетните предавки, поради компактноста им и малката охладителна повърхност);
- оптимизацията на масата, габаритите или масовия инерционен момент на предавката;
- конструктивната и технологичната оптимизация;
- себестойността и ценовата оптимизация и т.н.

Трябва да бъде пределно ясно, че оптимизацията само на зъбното зацепване не може да има претенцията за оптимизация на зъбната предавка като функционално цяло.

И още нещо принципно относно оптимизацията въобще. От инженерна, а не от математическа гледна точка, оптимизацията има смисъл само тогава, когато при незначително отклонение от оптималната стойност  $x_{opt}$  (фиг.13), примерно с 5-10%, подлежащата на оптимизиране величина  $y$  се изменя значително, примерно с 20-30% или дори с 40% (фиг.13.а). И обратно – оптимизацията няма особен смисъл когато при значително отклонение от  $x_{opt}$ , примерно с 20-30%, изменението на  $y$  е само 3-5% (фиг.13.б). Очевидно в

оптимизацията трябва да се влага здрав инженерен смисъл, защото по начало тя е полезна и необходима. Но тя има смисъл само когато чрез нея се постигат значителни резултати [41]. В противен случай тя се явява самоцел.



фиг.13 Оптимизация при: а) силно изразен оптимум; б) слабо изразен оптимум

## 15. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Единната и правилна терминология е особено важна в днешното време на бърза глобализация на света, на широки контакти и обмен между учените и специалистите в отделните страни и между отделните страни. Не случайно такива международни организации, като СИБ в миналото, а в миналото и в настоящето ISO и IFToMM ангажират хора, време, сили и финансови средства за създаването на единна и правилна терминология като важно комуникационно средство в науката и техниката.

Ако ние наистина желаем да ни взимат на сериозно и да сме не само формално приети в Европа, то трябва задължително да си оправим терминологията като важно комуникационно средство при разширяващите се международни контакти, търговия и научен обмен.

Затова настоящата статия има за цел на базата на нормативни документи, които трябва да се спазват, да спомогне за преодоляване на неправилностите, които съществуват в нашата терминология в областта на зъбните предавки и на другите трансмисионни елементи.

#### Литература

1. **СТ СЭВ 3294-81**, Передачи зубчатые цилиндрические, Термины, определения и обозначения.
2. **СТ СЭВ 3295-81**, Передачи зубчатые. Общие термины, определения и обозначения.
3. **Bögelsack G.**, Twenty-five years IFToMM commission A "Standardization of terminology-history, methodology, results and future work", "Mechanism and Machine Theory" 33, 1-5, 1998
4. **ISO 701/1998**, International gear notation-symbols for geometrical data
5. **ISO 1122/1998**, Vocabulary of gear terms
6. **SAE J646**, Planetary Gears-Terminology, 2000
7. Terminology for the Theory of Machines and Mechanisms, "Mechanism and Machine Theory", 26 (1991), 435-539
8. Terminology for the Theory of Machines and Mechanisms, "Mechanism and Machine Theory", 38 (2003), 597-605.
9. **VDI-Richtline 2127**, Getriebetechnische Begriffe, Symbole, Berechnungsgrundlagen, 1978.
10. **Арнаулов К., Минков К., Парушев П., Бойдев В., Таков Ив.**, К вопросу о единой международной терминологии в области зубчатых передач, "Вестник машиностроения", 1990, № 12, стр. 14-17
11. **Arnaudov K., Genova P., Dimitrov L.**, For an Unified and Correct IFToMM Terminology in the Area of Gearing, "Mechanism and Machine Theory" 40 (2005), 993-1001.
12. Планетарные зъбчатые передачи с нерегулируемым передаточным отношением. Основные термины и обозначения, Москва, "Машиностроение", 1989
13. **Кожевников С.Н.**, Теория механизмов и машин, Москва, "Машиностроение", 1. издание 1949, 3. издание 1969.
14. **Looman J.**, Zahnradgetriebe-Grundlagen, Konstruktion, Anwendung in Fahrzeugen, "Springer-Verlag", Berlin, Heidelberg, New York, 1996
15. **Niemann G., Winter H.**, Maschinenelemente, Band 2. und 3. – Zahnradgetriebe, "Springer-Verlag", Berlin, Heidelberg, New York, 1985
16. **Graf von Seherr-Thoss, Schmelz F., Aucktor E.**, Gelenke und Gelenkwellen, "Springer Verlag", Berlin, Heidelberg, New York, 2002.
17. **Ангелов Г.**, Машинни елементи, София, "Техника", 1. издание 1952, 5. издание 1972.
18. **Арнаулов К., Димитров Ив., Йорданов П., Лефтеров Л.**, Машинни елементи, София, "Техника", 1980
19. **Заблонский К.И.**, Детали машин, Киев, "Высшая школа", 1985.
20. **Fronius St. und Kollektiv**, Konstruktionslehre-Antriebsselemente, "VEB Verlag Technik", Berlin, 1979
21. **Бунджулов П., Ангелов А.**, Дешифриране на зъбни и червячни предавки, София, "Техника", 1979.
22. **Болотовская Т.П., Болотовский И.А., Бочаров Г.С., Гуляев В.Н., Курлов Б.А., Меркурьев И.А., Смирнов В.Э.**, Справочник по геометрическому расчету эвольвентных зъбчатых и червячных передач, Москва, "Машгиз" 1963.
23. **DIN 3960**, Begriffe und Bestimmungsgrößen für Stirnräder (Zylinderräder) und Stirnradpaare (Zylinder-radpaare) mit Evolventenverzahnung, 1987.
24. **DIN 3998**, Benennungen an Zahnrädern und Zahnradpaaren, 1976.
25. Eurotrans-Wörterbuch der Kraftübertragungselemente (in 8 Sprachen), Band 1. – Zahnräder, Band 2. – Zahnradgetriebe, "Springer-Verlag", Berlin, Heidelberg, New York, 1982
26. **Крайнев А.Ф.**, Словарь-справочник по механизмам, Москва, "Машиностроение" 1987.
27. **Минчев Н., Живков В., Енчев К., Стоянов П.**, Теория на механизмите и машините, София, "Техника", 1991.
28. **Фролов К.В.**, Теория механизмов и машин, Москва, "Высшая школа", 1987.
29. **Кудрявцев В.Н.**, Планетарные передачи, Москва, "Машиностроение" 1977.
30. **Юдин В.А., Петрокас Л.В.**, Теория механизмов и машин, Москва, "Высшая школа", 1977
31. **Наков Н., Тошков Т., Драганов Д.**, Контрол и изпитване на цилиндрични кола и предавки, София, "Техника", 1979.
32. **Кожевников С.Н., Есипенко Я.И., Раскин Я.М.**, Механизмы – Справочное пособие, Москва, "Машиностроение", 1976
33. **Константинов М.**, Теория на механизмите и машините, София, "Техника", 1959.
34. **Константинов М., Неделчев Ив.**, Теория на механизмите и машините, София, "Техника", 1964.
35. **Константинов М., Вригазов А., Станчев Е., Неделчев Ив.**, Теория на механизмите и машините, София, "Техника", 1980.
36. **Ткаченко В.А.**, Планетарные механизмы, Харьков, ХАИ, 2003
37. **Димчев Г., Захариев К.**, Машинни елементи, Част 3. – Механични предавки, София, "Софттрейд", 2001

38. БДС 1527-84, Предавки зъбни цилиндрични. Термини, определения и означения.  
39. БДС 8540-84, Предавки зъбни. Общи термини, определения и означения.  
40. Linke H., Stirnradverzahnung, "Carl Hansen Verlag", München, Wien, 2010  
41. DIN 3992, Profilverschiebung bei Stirnrädern mit Außenverzahnung, 1964.  
42. Гавриленко В.А., Теория механизмов, Москва, "Высшая школа", 1973.  
43. Решетов Д.Н., Детали машин, Москва, "Машиностроение", 1989.  
44. Маринов Хр., Зафиров Д., Грозева Т., Теория на механизмите и машините, Русе, Русенски Университет „Ангел Кънчев“, 2007.

## UNIFIED AND CORRECT TERMINOLOGY IN THE FIELD OF GEARING AND OTHER TRANSMISSION ELEMENTS

Kiril ARNAUDOV<sup>1</sup> Lubomir DIMITROV<sup>2</sup>  
Penka GENOVA<sup>3</sup> Stefan PAVLOV<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Institute of Mechanics, Bulgarian Academy of Sciences, Sofia, Bulgaria  
e-mail: [k\\_arnaudov@abv.bg](mailto:k_arnaudov@abv.bg)

<sup>2</sup>Department of Machine Elements, Technical University-Sofia, Bulgaria  
e-mail: [Lubomir\\_dimitrov@tu-sofia.bg](mailto:Lubomir_dimitrov@tu-sofia.bg)

<sup>3</sup>Bulgarian Academy of Sciences, Sofia, Bulgaria  
e-mail: [pengenova@gmail.com](mailto:pengenova@gmail.com)

<sup>4</sup>Department of Theory of Machines and Mechanisms Technical University of Sofia, Bulgaria

**Abstract:** The unified and correct terminology is very important present days because of the fast globalization of the world and increasing of contacts between scientists and specialists. The aim of the present paper is to contribute the overcoming of the incorrect use of some terms in the area of gears and other transmission elements in Bulgaria.

**Keywords:** transmissions, mechanisms, couplings, clutches, gear trains, worm gear trains, epicyclic gear trains, planetary gear trains, wave gearing, differentials, reducers, multipliers, basic rack, gear tooth profile, gear rack, gear pair, speed ratio, gear ratio, optimization.



## ГРАНИЧЕН ПРЕХОД НА ДИСКРЕТНА РАВНОМАСОВА ЕЛАСТИЧНА СИСТЕМА КЪМ СИСТЕМИ С РАЗПРЕДЕЛЕНИ ПАРАМЕТРИ

Лъчезар КОЧЕВ<sup>1</sup> Яна СТОЯНОВА<sup>2</sup>

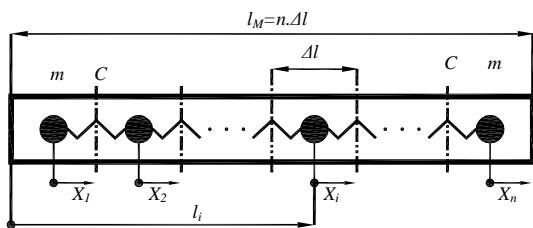
<sup>1</sup>кафедра Основи и технически средства за конструиране, Технически университет - София, България  
e-mail: [lkochev@tu-sofia.bg](mailto:lkochev@tu-sofia.bg)

<sup>2</sup>кафедра Диференциални уравнения, Технически университет - София, България  
e-mail: [yast@tu-sofia.bg](mailto:yast@tu-sofia.bg)

**Резюме:** В работата, на база решенията за собствените честоти и форми на трептене на верижни равномасови равноеластични системи, чрез граничен преход се получават вълновото уравнение за трептене на прав хомогенен прът и неговите решения. Така се обосновават общите решения на равномасови-равнодискретизирани системи, като крайните уравнения се използват за определяне на граничните условия за вълновото уравнение.

**Ключови думи:** еластични системи, вълново уравнение, собствени честоти и форми на трептене

Задачата за собствените честоти и форми на трептене на прав хомогенен прът е решена отдавна и е измежду малкото в огромното многообразие теоретични и практически проблеми в механиката на еластични системи, определена с крайна аналитична форма в затворен вид. В настоящата работа нейните решения ще бъдат получени чрез класически граничен преход от резултатите за дискретна равномасова и равноеластична система с краен брой степени на свобода.



фиг.1

Разглеждаме хомогенен прът с крайна дължина  $l_M$  и постоянни напречно сечение  $S$ , плътност  $\rho$  и модул на еластичност  $E$ . Разделяме пръта на  $n$  на брой еднакви призматични (цилиндрични) елементи с равни дължини  $\Delta l$  и концентрирани маси  $m_i$  както следва:

$$\Delta l = \frac{l_M}{n}, \quad (1)$$

$$m_i = m = S\Delta l\rho$$

където с  $i$  е означен поредния номер на елемента. Положението на масите  $m$ , съсредоточени в масовия център на съответния елемент (център на тежестта, барицентър и също така геометричен център при постоянна плътност) се определя от линейната координата спрямо края на пръта:

$$l_i = (i-1)\Delta l + \frac{\Delta l}{2} = i\Delta l - \frac{\Delta l}{2} \quad (2)$$

при свободно (недеформирано) състояние.

Податливостта на материала на пръта определя еластични връзки между съседните маси, дистанцирани помежду си на разстояние  $\Delta l$ . Пружинната константа  $c$  се определя от закона на Хук при хипотезата за линейна зависимост между напреженията и деформациите във вида:

$$c_i = c = \frac{SE}{\Delta l}. \quad (3)$$

По този начин дискретизираният по  $n$  елемента прът се привежда към верижната механична структура с еднакви маси и еластичности, с  $n$  степени на свобода, от типа на разгледаните в [4,5]. В системата диференциални уравнения вътрешните такива, т.е. за двустранно еластично свързаните маси, имат идентичен вид както следва:

$$m\ddot{x}_i = c(x_{i+1} - x_i) - c(x_i - x_{i-1})$$

$$S\Delta l\rho\ddot{x}_i = \frac{SE}{\Delta l}(x_{i+1} - 2x_i + x_{i-1})$$

$$\ddot{x}_i + \frac{1}{(\Delta l)^2} \frac{E}{\rho}(-x_{i+1} + 2x_i - x_{i-1}) = 0, \quad (4)$$

$$\forall i = 2, 3, \dots, n-1$$

където  $x_i = x_i(t)$  е преместването на  $i$ -та маса спрямо равновесното ѝ състояние. С полагането:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{(\Delta l)^2} \frac{E}{\rho} \Leftrightarrow \omega_0 = \frac{n}{l_M} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (5)$$

(4) се представя във вида:

$$\ddot{x}_i + \omega_0^2 (-x_{i+1} + 2x_i - x_{i-1}) = 0 \quad (4a)$$

$$\forall i = 2, 3, \dots, n-1$$

Като се допълни ядрото (6) на системата с уравненията за крайните маси според ограниченията им, се получават системите от [4,5] със съответните им собствени честоти и форми на трептене. Доколкото тези решения са получени за всякакъв брой степени на свобода следва, че те са приложими за всяка степен на дискретизация на пръта  $n$  без ограничения на броя елементи.

С нарастване на  $n$  и съответно намаляване дължините  $\Delta l$ , дискретният модел на системата се доближава устойчиво към този на непрекъснатата среда и при граничен преход  $n \rightarrow \infty \Leftrightarrow \Delta l \rightarrow 0$  те следва да са идентични. Действително от второто събираемо в (4), като се използва централна производна и се положи  $x_i = x(i) = x(i(l_i)) = x(l)$  съгласно (2), се получава границата:

$$\lim_{\Delta l \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{\Delta l} \frac{E}{\rho} \left( \frac{x(l+\Delta l) - x(l)}{\Delta l} - \frac{x(l) - x(l-\Delta l)}{\Delta l} \right) \right\}$$

$$= \frac{E}{\rho} \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \left( \frac{\partial x(l+\Delta l/2)}{\partial l} - \frac{\partial x(l-\Delta l/2)}{\partial l} \right) = \quad (6)$$

$$= \frac{E}{\rho} \frac{\partial^2 x(l)}{\partial l^2}$$

откъдето (4) се преобразува във вида:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho} \frac{\partial^2 x}{\partial l^2}, \quad (i)$$

което е точно вълново уравнение за  $x = x(t, l)$ . (Тази граница е допустима, тъй като от физически съображения  $x = x(l)$  като функция на преместванията в еластична среда е поне двукратно диференцируема [6].)

За свободната система от фиг.1 уравненията на крайните маси имат вида:

$$\ddot{x}_1 + \frac{1}{(\Delta l)^2} \frac{E}{\rho} (x_1 - x_2) = 0 \quad (7)$$

$$\ddot{x}_n + \frac{1}{(\Delta l)^2} \frac{E}{\rho} (x_n - x_{n-1}) = 0$$

откъдето след заместване на решението  $x_i = u_i \cos(\omega t + \varphi_j)$ , се достига до алгебричната форма:

$$-u_1 \omega^2 + \frac{1}{(\Delta l)^2} \frac{E}{\rho} (u_1 - u_2) = 0 \quad (8)$$

Двете уравнения (7) се преработват идентично и е дадено само първото.

При граничен преход  $\Delta l \rightarrow 0$  амплитудите се изразяват като функции на координатата  $l$  -  $u_i \rightarrow u(l_i) = u(l)$  и се достига до ( $l_1 \rightarrow 0; l_2 = l_1 + \Delta l; l_n \rightarrow l_M; l_{n-1} = l_n - \Delta l$ ):

$$-u(0) \omega^2 + \frac{1}{(\Delta l)^2} \frac{E}{\rho} (u(0) - u(0 + \Delta l)) = 0$$

$$\frac{E}{\rho} \frac{(u(0 + \Delta l) - u(0))}{\Delta l} = -u(0) \omega^2 \Delta l \quad (9)$$

откъдето границата при  $\Delta l \rightarrow 0$  се получава:

$$\frac{E}{\rho} \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{u(0 + \Delta l) - u(0)}{\Delta l} = \frac{E}{\rho} \frac{du}{dl} = 0 \quad (10)$$

$$\therefore \frac{du}{dl}(0) = \frac{du}{dl}(l_M) = 0$$

което напълно съвпада с граничните условия при хомогенен прът със свободни краища [2,3].

По този начин при  $n \rightarrow \infty \Leftrightarrow \Delta l \rightarrow 0$  дискретната верижна система се получава напълно еквивалентна – като уравнение и гранични условия - на съответната непрекъсната такава. Следователно при същия граничен преход от решенията на дискретния случай трябва да се получат решенията за свободен непрекъснат прът с постоянно сечение и плътност.

Собствените честоти за система със свободни краища, получени в [5], са във вида:

$$\omega_j = 2\omega_0 \sin\left(\frac{j\pi}{n}\right); j = 0, 1, 2, \dots, (n-1), \quad (ii)$$

и след заместване на (5) се получава:

$$\omega_j = 2 \sin\left(\frac{j\pi}{n}\right) \frac{n}{l_M} \sqrt{\frac{E}{\rho}}; j = 0, 1, 2, \dots, (n-1) \quad (11)$$

Основният случай е нискочестотната част на спектъра, която се определя от условието  $j < \infty$ ,

т.е. при крайни стойности на  $j$ . След преобразуване (10) се привежда във вида

$$\omega_j(n) = \left(\frac{j\pi}{n}\right)^{-1} \sin\left(\frac{j\pi}{n}\right) \frac{j\pi}{l_M} \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (12)$$

откъдето с полагането:

$$\alpha = \frac{j\pi}{n}, \quad (13)$$

се получава:

$$\omega_j(\alpha) = \frac{\sin \alpha}{\alpha} \frac{j\pi}{l_M} \sqrt{\frac{E}{\rho}}; j = 0, 1, 2, \dots, (n-1). \quad (14)$$

От (13) се вижда естественият извод:

$$\begin{cases} n \rightarrow \infty \\ j < \infty \end{cases} \Leftrightarrow \alpha = \frac{j\pi}{n} \rightarrow 0$$

и следователно се получават еквивалентните граници за (12) и (14):

$$\lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ j < \infty}} \omega_j(n) = \lim_{\substack{\alpha \rightarrow 0 \\ j < \infty}} \omega_j(\alpha) = \lim_{\substack{\alpha \rightarrow 0 \\ j < \infty}} \frac{\sin \alpha}{\alpha} \frac{j\pi}{l_M} \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (15)$$

$$\omega_j = \frac{j\pi}{l_M} \sqrt{\frac{E}{\rho}}; j = 0, 1, 2, \dots$$

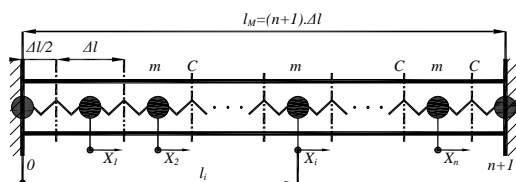
т.е. известното решение на вълновото уравнение за свободен хомогенен прът [2].

Амплитудната функция  $u_j = u_j(l)$  се получава от собствените вектори [4] за съответните собствени честоти  $\omega_j$  след заместване на  $n = \frac{l_M}{\Delta l}$  както следва.

$$u_{ij} = \cos\left[2(i-1)\frac{j\pi}{2n}\right] = \cos\left[2(i-1/2)\Delta l \frac{j\pi}{2l_M}\right], \quad (16)$$

$$u_j = u_j(l) = \cos\left(j\frac{\pi}{l_M}l\right); j = 0, 1, \dots$$

което отново съвпада с решението на (i).



фиг.2

При двустранно фиксиран прът (фиг.2) прилагаме дискретизация на  $n+2$  участъка, като крайните са с дължина  $\Delta l/2$ . По този начин

формираме система от  $n$  подвижни звена, но съставена от  $n+2$  маси, от които крайните (с индекси 0 и  $n+1$ ) са неподвижни (фиг.2). Тогава за елементарните дължини на участъците и координирането на съсредоточените маси се получава:

$$\Delta l = \frac{l_M}{n+1}; l_i = i\Delta l | i = 0, 1, \dots, n+1. \quad (16a)$$

По този начин дискретизираният модел се привежда към разгледаната в [4,5] верижна равномасова и равноеластична двустранно закрепена система с  $n$  степени на свобода. Лесно се проверява, че нейните решения включват така допълнените неподвижни маси само с разширяване на индексацията и без промяна на собствените честоти и формите на трептене на подвижните  $n$  звена:

$$\omega_j = 2\omega_0 \sin\left(\frac{j\pi}{n+1}\right); j = 1, 2, \dots, n \quad (17)$$

$$u_{ij} = \sin\left(i\frac{j\pi}{n+1}\right); i = 0, 1, \dots, n+1$$

При тази дискретизация от (16a)  $\omega_0$  се определя като:

$$\omega_0 = \frac{n+1}{l_M} \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (17a)$$

Ядрото на системата е от вида (4,4a), обхваща масите с индекси от 1 до  $n$ , и следователно при граничния преход (6) при  $n \rightarrow \infty$  се преобразува отново във вълновото уравнение. Фиксираните 0-ва и  $(n+1)$ -а маси, с координати  $l=0; l=l_M$  съответно, определят граничните условия във вида:

$$u(0) = u(l_M) = 0. \quad (18)$$

Следователно при този граничен преход от дискретния равномасов модел се получават точно уравнението и началните условия на хомогенен двустранно фиксиран прът. Тогава неговите решения следва да се получат от решенията (17) на дискретната система като граница при  $n \rightarrow \infty$ .

Действително, като се замести (5), се достига до:

$$\omega_j = 2 \sin\left(\frac{j\pi}{n+1}\right) \frac{n+1}{l_M} \sqrt{\frac{E}{\rho}}; j = 1, 2, \dots, n \quad (19)$$

$$\omega_j(n) = \left(\frac{j\pi}{n+1}\right)^{-1} \sin\left(\frac{j\pi}{n+1}\right) \frac{j\pi}{l_M} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

подобно на (11,12). За нискочестотната част на спектъра  $j < \infty$  с полагането  $\alpha = \frac{j}{n+1} \frac{\pi}{2}$  се достига аналогично на (13-15) до:

$$\lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ j < \infty}} \omega_j(n) = \lim_{\substack{\alpha \rightarrow 0 \\ j < \infty}} \omega_j(\alpha) = \lim_{\substack{\alpha \rightarrow 0 \\ j < \infty}} \frac{\sin \alpha}{\alpha} \frac{j\pi}{l_M} \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (20)$$

$$\omega_j = \frac{j\pi}{l_M} \sqrt{\frac{E}{\rho}}; j = 1, 2, \dots$$

точно съвпадащо с известното решение на вълновото уравнение за този случай [2,3].

Като се изрази  $n+1$  от (16а) и се замести във второто уравнение на (17) се получава:

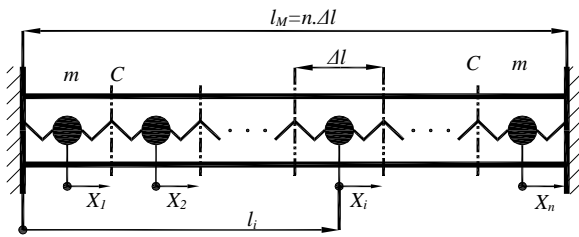
$$u_{ij} = \sin\left(i\Delta l \frac{j\pi}{l_M}\right) = \sin\left(\frac{j\pi}{l_M} l_i\right), \quad (21a)$$

откъдето, с отчитане на прехода  $l_i \rightarrow l$  от дискретна към непрекъсната координация, се получава амплитудната функция на хомогенния двустранно фиксиран прът:

$$u_j = u_j(l) = \sin\left(j \frac{\pi}{l_M} l\right); j = 1, 2, \dots \quad (21)$$

При този извод неявно допълнихме системата от  $n$  подвижни маси с две уравнения за крайните маси -  $x_0 \equiv x_{n+1} \equiv 0$ .

Ако използваме дискретизация във вида (2) върху  $n$  елемента, то крайните маси са свързани към стойката с пружини с половин дължина и следователно константа  $2c$  (фиг.2а).



фиг.2а

Ядрото на системата се запазва във вида (4,4а), а уравненията за крайните маси са:

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_1 &= -2cx_1 + c(x_2 - x_1) \\ \ddot{x}_1 + 3\omega_0^2 x_1 - \omega_0^2 x_2 &= 0 \end{aligned} \quad (22)$$

Корените на характеристичния полином  $P_n(\omega^2)$  на системата, респективно собствените ѝ честоти, се получават от детерминантното уравнение:

$$P_n(\omega^2) = \det(\Omega^2 - \omega^2 E) = 0 \quad (23)$$

$$\begin{vmatrix} (3\omega_0^2 - \omega^2) & -\omega_0^2 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & -\omega_0^2 & (2\omega_0^2 - \omega^2) & -\omega_0^2 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & -\omega_0^2 & (3\omega_0^2 - \omega^2) \end{vmatrix} = 0$$

С полагането [4]:

$$y = 1 - \frac{\omega^2}{2\omega_0^2}; 3 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} = 2\left(1 - \frac{\omega^2}{2\omega_0^2}\right) + 1 = 2y + 1 \quad (iii)$$

се привежда във вида

$$P_n(y) = \begin{vmatrix} (2y+1) & -1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & -1 & 2y & -1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & -1 & (2y+1) \end{vmatrix} = 0 \quad (23a)$$

което след развитие води до:

$$\begin{aligned} P_n(y) &= U_n(y) + 2U_{n-1}(y) + U_{n-2}(y) = \\ &= 2 \cdot (1+y)U_{n-1}(y) \end{aligned} \quad (24)$$

където  $U_{n-1}(y)$  е полиномът на Чебишов от II-и род от ред  $n-1$ . В разгънат вид се получава:

$$\begin{aligned} P_n(y) &= 2 \frac{1+y}{\sqrt{1-y^2}} \sin(n \cdot \arccos y) = \\ &= 2 \sqrt{\frac{1+y}{1-y}} \sin(n \cdot \arccos y) \end{aligned} \quad (24a)$$

откъдето се определят корените  $y_j$ :

$$\begin{cases} \arccos y_j = \frac{j\pi}{n}; j = 1, 2, \dots, (n-1) \\ y_n = -1 \end{cases} \quad (25)$$

$$y_j = \cos \frac{j\pi}{n}; j = 1, 2, \dots, n$$

и съответно от (iii) собствените честоти:

$$\begin{aligned} \omega_j^2 &= 2\omega_0^2 \left(1 - \cos \frac{j\pi}{n}\right); j = 1, 2, \dots, n \\ \omega_j &= 2\omega_0 \sin\left(\frac{j\pi}{2n}\right); j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (25a)$$



Собствените вектори се търсят като линейна комбинация от полиномите на Чебишов при  $y$  параметризация на системата. Съгласно подхода в [1,4] общия вид на собствените вектори е:

$$u_i = u_i(y) = Ch_{i-1}(y) = B_I(y)T_{i-1}(y) + B_{II}(y)U_{i-1}(y),$$

където  $T_{i-1}$  и  $U_{i-1}$  са означенията на полиномите на Чебишов от I и II род от ред  $i-1$  съответно. Номерацията на компонентите на  $u$  е от 1 (а не от 0), и съгласуването на началните условия при  $i=0$  и  $i=1$  за определяне на функциите  $B_I(y)$  и  $B_{II}(y)$  (независещи от  $i$ !) се получава от:

$$\left. \begin{aligned} u_1 = 1 = Ch_0 \\ u_2 = 2y + 1 = Ch_1(y) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} B_I(y) = -\frac{1}{y} \\ B_{II}(y) = \frac{y+1}{y} \end{cases},$$

и се достига до общо решение във вида:

$$Ch_n = T_n + (1+y)U_{n-1}. \quad (26)$$

От тригонометричните форми на полиномите след преобразуване се достига до:

$$u_{ij} = \sin\left(\frac{2i-1}{2} \arccos y\right) = \sin\left(\frac{2i-1}{2} \cdot \frac{j}{n} \cdot \pi\right), \quad (27)$$

определени с точност до константа в амплитудно нормиран вид.

Граничните условия се получават от уравненията на крайните маси във форма на амплитуди:

$$-\omega^2 u_1 + 3\omega_0^2 u_1 - \omega_0^2 u_2 = 0, \quad (28)$$

което чрез Гейлорово развитие се преобразува в:

$$\begin{aligned} u_1 = u_0 + \frac{\partial u}{\partial l} \frac{1}{2} \Delta l; u_2 = u_0 + \frac{\partial u}{\partial l} \frac{3}{2} \Delta l \\ -\omega^2 \left( u_0 + \frac{\partial u}{\partial l} \frac{1}{2} \Delta l \right) + 2\omega_0^2 u_0 = 0 \\ (2\omega_0^2 - \omega^2) u_0 - \omega^2 \frac{\partial u}{\partial l} \frac{\Delta l}{2} = 0 \end{aligned} \quad (28a)$$

В низкочестотния спектър  $\omega^2 < \infty$ , а от условията за непрекъснатост на средата и  $\frac{\partial u}{\partial l} < \infty$ , откъдето при  $\Delta l \rightarrow 0$  второто събираемо се нулира. Следователно за произволна  $\omega^2$  равенството се удовлетворява при  $u_0 = 0$ . Нещо повече, като се забележи, че когато  $(\Delta l \rightarrow 0) \Rightarrow (\omega_0 \rightarrow \infty)$

то трябва  $u_0 \equiv 0$ , т.е. амплитудата  $u_0$  е тъждествено нулева.

По този начин и от тази форма на дискретизация се получават при граничен преход уравнението и съответните начални условия за непрекъснатата среда. Прилагайки този преход върху дискретните решения се достига до:

$$\begin{aligned} \lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ j < \infty}} \omega_j &= \lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ j < \infty}} \left\{ 2 \sin\left(\frac{j \pi}{n 2}\right) \frac{n}{l_M} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \right\} = \\ &= \lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ j < \infty}} \frac{\sin\left(\frac{j \pi}{n 2}\right)}{\left(\frac{j \pi}{n 2}\right)} \frac{j \pi}{l_M} \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \\ &= \frac{j \pi}{l_M} \sqrt{\frac{E}{\rho}}; j = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (29)$$

и съответно за амплитудната функция:

$$u_j(l) = \sin\left(\frac{(i-1/2)\Delta l}{l_M} j \pi\right) = \sin\left(j \frac{\pi}{l_M} l\right), \quad (30)$$

$$j = 1, 2, \dots$$

Следователно формата на дискретизация е без значение, а начина на механично ограничаване на краищата е достатъчен за определяне на типа на система и съответно вида на решението. В аналитичен аспект уравненията на крайните маси служат само за определяне на граничните условия.

С други думи, тези уравнения определят единствено формата на решенията, а при различна дискретизация техният ефект се филтрира. Това се показва по-силно като се определи границата на (17) при дискретизация във вида (2) както следва:

$$\begin{aligned} \omega_j &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ 2 \sin\left(\frac{j \pi}{n+1 2}\right) \frac{n}{l_M} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \right\} = \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{1+1/n} \left[ \frac{\sin\left(\left(\frac{1}{1+1/n}\right) \frac{j \pi}{n 2}\right)}{\left(\frac{1}{1+1/n}\right) \frac{j \pi}{n 2}} \right] \right\} \frac{j \pi}{l_M} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \end{aligned}$$

От тук с полагането:

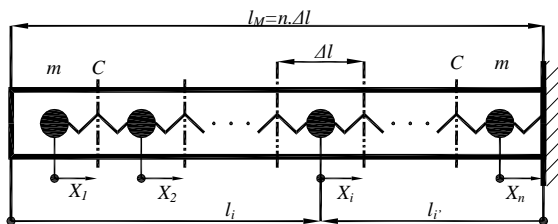
$$\alpha = \left(\frac{1}{1+1/n}\right) \frac{k \pi}{n 2}; \quad \frac{1}{1+1/n} = 1 - \frac{2\alpha}{k \pi},$$

се достига до:

$$\omega_j = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \left\{ \left( 1 - \frac{2\alpha}{k\pi} \right) \left[ \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right] \right\} \frac{j\pi}{l_M} \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

$$\omega_j = \frac{j\pi}{l_M} \sqrt{\frac{E}{\rho}}; j = 1, 2, \dots$$

което съвпада с получените.



Фиг.3

Следователно и за едностранно фиксиран прът (фиг.3) решенията аналогично се получават като граници на решенията на съответната дискретна система [4,5]:

$$\omega_j = \lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ j < \infty}} 2 \sin \left( \frac{2j-1}{2n+1} \frac{\pi}{2} \right) \frac{n}{l_M} \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (31)$$

С полаганията :

$$\alpha = \frac{2j-1}{2n+1} \frac{\pi}{2}; \frac{2}{2+1/n} = 1 - \frac{2\alpha}{(2j-1)\pi},$$

след разделяне и умножение на  $\alpha$  се достига до:

$$2 \frac{\sin(\alpha)}{\alpha} \frac{2j-1}{l_M} \frac{\pi}{2} \frac{n}{2n+1} \sqrt{\frac{E}{\rho}} =$$

$$= \left( 1 - \frac{2\alpha}{(2j-1)\pi} \right) \frac{\sin(\alpha)}{\alpha} \frac{2j-1}{2} \frac{\pi}{l_M} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

и с отчитане на  $(n \rightarrow \infty) \Rightarrow (\alpha \rightarrow 0)$  се получава границата:

$$\omega_j = \lim_{\substack{\alpha \rightarrow 0 \\ j < \infty}} \left\{ \left( 1 - \frac{2\alpha}{(2j-1)\pi} \right) \frac{\sin(\alpha)}{\alpha} \right\} \frac{2j-1}{2} \frac{\pi}{l_M} \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (31a)$$

$$\omega_j = \frac{2j-1}{2} \frac{\pi}{l_M} \sqrt{\frac{E}{\rho}}; j = 1, 2, \dots$$

Амплитудните функции се получават от собствените вектори както следва:

$$u_{ij} = \cos \left( (2j-1) \frac{2i-1}{2} \frac{1}{n} \frac{\pi}{2+1/n} \right) =$$

$$\cos \left( (2j-1) \frac{2i-1}{2} \frac{\Delta l}{l_M} \frac{\pi}{2+1/n} \right)$$

$$= \cos \left( (2j-1) \frac{l_i}{l_M} \frac{\pi}{2+1/n} \right) = u_j(l_i); \frac{1}{n} = \frac{\Delta l}{l_M} \quad (32)$$

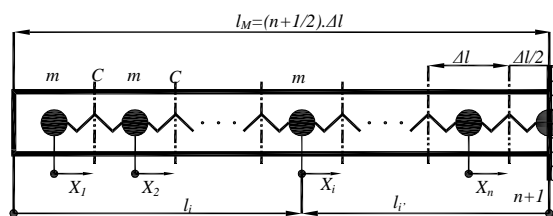
$$\lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ j < \infty}} u_{ij} = u_j(l) = \cos \left( \frac{2j-1}{2} \frac{\pi l}{l_M} \right); j = 1, 2, \dots \quad (32a)$$

при фиксирана отдясно система, т.е. когато свободният край е при  $l = 0$ , и съответно:

$$u_j(l) = \sin \left( \frac{2j-1}{2} \frac{\pi l}{l_M} \right); j = 1, 2, \dots, \quad (32b)$$

- фиксиран при  $l = 0$ , и свободен при  $l = l_M$ .

Ще отбележим, че решенията почти непосредствено се получават при комбинирана дискретизация във вида на фиг.3а.



Фиг.3а

Параметрите на системата тогава са:

$$\Delta l = \frac{l_M}{n+1/2} \Rightarrow \frac{2}{2n+1} = \frac{\Delta l}{l_M}$$

$$l_i = \frac{2i-1}{2} \Delta l; l'_i = i' \Delta l;$$

$$\omega_0 = \frac{2n+1}{2l_M} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Съответно границата (31) се получава:

$$\lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ j < \infty}} 2 \sin \left( \frac{2j-1}{2n+1} \frac{\pi}{2} \right) \frac{2n+1}{2l_M} \sqrt{\frac{E}{\rho}} =$$

$$= \lim_{\substack{\alpha \rightarrow 0 \\ j < \infty}} \left\{ \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right\} \frac{2j-1}{2} \frac{\pi}{l_M} \sqrt{\frac{E}{\rho}}; \alpha = \frac{2j-1}{2n+1} \frac{\pi}{2} \quad (31)'$$

$$\Rightarrow \omega_j = \frac{2j-1}{2} \frac{\pi}{l_M} \sqrt{\frac{E}{\rho}}; j = 1, 2, \dots$$

и за амплитудната функция (32) се определя:

$$\begin{aligned}
 u_{ij} &= \cos\left((2j-1)\frac{2i-1}{2} \cdot \frac{2}{2n+1} \frac{\pi}{2}\right) = \\
 &= \cos\left((2j-1)\frac{2i-1}{2} \frac{\Delta l}{l_M} \frac{\pi}{2}\right) \quad (32)' \\
 u_j(l) &= \cos\left(\frac{2j-1}{2} \frac{\pi l}{l_M}\right); j=1,2,\dots
 \end{aligned}$$

При прът фиксиран при  $l=0$ , с координираност  $l_r = i' \Delta l$ , следва:

$$\begin{aligned}
 u_{rj} &= \sin\left(\frac{2j-1}{2} i' \frac{2}{2n+1} \pi\right) = \sin\left(\frac{2j-1}{2} \frac{i' \Delta l}{l_M} \pi\right) \\
 u_j(l) &= \sin\left(\frac{2j-1}{2} \frac{\pi l}{l_M}\right); j=1,2,\dots \quad (32a)'
 \end{aligned}$$

Добавената фиксирана ( $n+1$ )–а маса определя условието  $u_j(l_{n+1}) = u_j(l_M) = 0$ , което се отчита от дискретните форми на (32).

Получените еквивалентни резултати отново подчертават значението на краевите условия в качествено (принципно-механично) аспект и тенденцията за филтрация на малките дискрети (елементи) в околност на краищата при  $n \rightarrow \infty$ . Естествена аналогия на този извод в логически смисъл е принципът на Сен-Венан [6], доколкото и там за еластична деформируема система се определя зона на малко (спрямо линейните размери) повлияване от краевите условия и съществен тежен ефект върху основната част на еластичната система, респективно върху формите на трептене.

В заключение ще отбележим, че изложеният подход на граничен преход и гранична аналогия чрез (почти навсякъде) равномерна дискретиза-

ция, освен като форма на извод и решение на вълновото уравнение, обосновава коректността на решенията в [4,5]. Нещо повече – вълновото уравнение и решенията му могат да се разглеждат като частен случай на проблема с верижните равномасови равноеластични системи, към които пък се привеждат множество непрекъснати системи чрез равномерна дискретизация. В този смисъл настоящите резултати и тези от [4,5] са приложими очевидно и за кръга механични задачи в обобщени координати и сили, в частност до определянето на торсионните трептения на прав вал и на такъв с равномерно разположени еднакви ротори.

#### Литература

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М., Численные методы, Москва, Наука, 1987г.
2. Бидерман В.Л., Прикладная теория механических колебаний, Москва, Высш. Школа, 1972г.
3. Живков В., Динамика и трептения ДВГ, ВМЕИ, София, 1970г.
4. Живков В., Кочев Л., Собствени вектори и форми на трептене на последователни линейни системи с еднакви маси и еластичности чрез полиноми на Чебишов, Българско списание за инженерно проектиране, брой 8, април 2011г.
5. Кочев Л., Живков В., Собствени честоти на последователни линейни системи с еднакви маси и еластичности чрез полиноми на Чебишов, Механика на машините, кн. 91, 2010г.
6. Тимошенко С., Гудьер Дж., Теория упругости, Москва, Наука, 1979г.

## ГРАНИЧЕН ПРЕХОД НА ДИСКРЕТНА РАВНОМАСОВА ЕЛАСТИЧНА СИСТЕМА КЪМ СИСТЕМИ С РАЗПРЕДЕЛЕНИ ПАРАМЕТРИ

Lachezar KOICHEV<sup>1</sup> Yana STOYANOVA<sup>2</sup>

<sup>1</sup>OTSK department, FM, Technical University-Sofia, Bulgaria

e-mail: [lkochev@tu-sofia.bg](mailto:lkochev@tu-sofia.bg)

<sup>2</sup>DE department, FAMI, Technical University-Sofia, Bulgaria

e-mail: [yast@tu-sofia.bg](mailto:yast@tu-sofia.bg)

**Abstract:** In the present paper the wave equation about the oscillation of straight homogeneous rod and its solutions are obtained basing on the eigenfrequencies and eigenforms of oscillation of chain, equimass and equielastic systems by the passage to the limit. Thus the general solutions of equimass and equidiscretized systems are well-founded. The end equations are utilized for determination of the boundary conditions of the wave equation.

**Keywords:** elastic systems, wave equation, eigenfrequencies and eigenforms of oscillation



## АНАЛИЗ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ РАЗВИТИЯ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ОДНОКОВШОВЫХ ЭКСКАВАТОРОВ

**Владимир ПАВЛОВ**

кафедра „Транспортные и технологические машины”, Сибирский федеральный университет – Красноярск,  
Россия, e-mail: [pavlov\\_vp@list.ru](mailto:pavlov_vp@list.ru)

**Аннотация:** В компьютерной среде проектирования исследованы закономерности изменения производительности одноковшового экскаватора в зависимости от типоразмера (массы) машины. Показано, что общий линейный рост производительности согласуется с увеличением типоразмера экскаватора. С увеличением массы экскаватора эффективность разработки слабых грунтов уменьшается, а при разработке прочных грунтов результаты оценки неоднозначны и требуется детализация условий работы.

**Ключевые слова:** одноковшовый экскаватор, производительность, типоразмер экскаватора, грунтовые условия, компьютерная среда проектирования.

### 1. ПРОБЛЕМА И ЕЕ СВЯЗЬ С НАУЧНЫМИ И ПРАКТИЧЕСКИМИ ЗАДАЧАМИ

Одноковшовый экскаватор (ЭО) является ведущей машиной строительного производства. Оснащение экскаватора большим набором сменного рабочего оборудования и рабочих органов делает машину универсальной, многоцелевого назначения. Повышение конкурентоспособности создаваемых одноковшовых экскаваторов обеспечиваются не только снижением себестоимости, а в большей степени повышением качества машин и максимального соответствия конкретным требованиям потребителя за счет разнообразия сменного рабочего оборудования и рабочих органов. Последнее обуславливает жесткие требования к этапу проектирования, на котором определяются основные технические, технологические и экономические параметры ЭО.

Существующие методологические подходы и программные средства проектирования ЭО дают лишь частичное решение проблемы целостности, не учитывают необходимость информационного обмена по этапам жизненного цикла машины, не обеспечивают процессов накопления информации, а деятельность разработчиков ЭО должна быть подкреплена усилиями программистов. Для решения задач проектирования создана компьютерная среда [1,2], один из блоков которой предназначен для определения производительности одноковшовых экскаваторов на основе модели эффективности процесса копания грунта и энергозатрат на другие операции цикла ЭО. Это дает

возможность оценки закономерности изменения производительности от главного параметра – массы ЭО (типоразмера ЭО) с учетом развития технологических параметров машины.

### 2. АНАЛИЗ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

Трудность решения названной задачи методом моделирования обусловлена следующими обстоятельствами: не все варианты параметров ЭО в модельном эксперименте являются сравнимыми, так как могут быть отнесены к различным технологическим и другим условиям разработки грунта (параметры забоя, прочность  $S$  разрабатываемого грунта и т.д.); принадлежность параметров моделируемого экскаватора к конкретному типоразмеру должна быть фиксирована по нескольким диапазонам изменения показателей ЭО. Прочность разрабатываемого экскаватором грунта в России принято оценивать числом ударов плотномером ДорНИИ (ГОСТ 30067-93).

Эти обстоятельства дают основания для следующих допущений: принадлежность к рассматриваемому типоразмеру экскаватора определяется по массе машины с возможным отклонением от номинала до 12 %; глубина и радиус копания определяются для номинального (расчетного) значения массы ЭО; в пределах отклонения от номинала массы ЭО сохраняется конструктивно-геометрическое подобие вариантов ЭО; экскаватор оборудован одним (основным) ковшом. Под номинальным (расчетным) значением параметра

типоразмера ЭО понимается фиксированное значение массы машины в виде точки на шкале массы.

Обобщенная модель производительности ЭО, связанная с блоком структурно-компоновочных решений (кинематические и прочностные характеристики элементов оборудования, условие устойчивости машины, параметры внутренних связей подсистем машины [1]), дополнена характеристиками эксплуатационного фона [3]. Анализ кинематических и силовых характеристик рабочего оборудования выполнен на основе обобщения методов, предложенных А.Н.Зелениным [4], R. Mitrev [5], O. Luengo [6] и др.

### 3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для экскаваторов, оборудованных обратной лопатой, оценку производительности выполняют (ГОСТ 30067-93) в определенных условиях, в частности, это: разработка в грунтах третьей категории траншей глубиной не более 2/3 наибольшей кинематической глубины копания. В реальных условиях отечественные и зарубежные машины комплектуются набором сменных ковшей различной вместимости, а время копания грунта (и, соответственно, продолжительность рабочего цикла) будут также определяться прочностью разрабатываемого грунта. Математическое ожидание производительности землеройной машины при варьировании величины прочностной характеристики грунта названо И. А. Недорезовым [3] производственным потенциалом машины. Производственный потенциал экскаватора должен учитывать также распределение объемов работ по глубине траншеи. В связи с этим расчетная зависимость для определения производительности экскаватора, учитывающая прочность грунта и изменение кинематических характеристик рабочего оборудования при использовании комплекта сменных ковшей, уточняется в настоящем исследовании.

Гидравлический экскаватор – машина многоцелевого назначения, которая эксплуатируется в разнообразных грунтовых условиях с прочностной характеристикой грунта по числу ударов плотномера  $C = 1 - 50$ . Поэтому производительность необходимо определять с учетом вероятности  $P_i$  прочностной характеристики  $C_i$  в экс-

плуатационном фоне машины [3]. Геометрические характеристики забоя также изменяются в широких пределах. Так, объем земляных работ по глубине выемок (траншей, котлованов и др.) описывается функцией распределения Вейбулла [1], не зависящей от  $C_i$  (здесь не рассматриваем разработку мерзлого грунта, где глубина залегания грунта определяет его температуру и прочность).

### 4. ИЗЛОЖЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ И РЕЗУЛЬТАТЫ

Часовая техническая производительность ( $\text{м}^3/\text{ч}$ ) может быть максимальной в заданных грунтовых условиях и параметрах забоя при непрерывной работе с использованием всех возможностей машины

$$\Pi_T = 3600 \frac{qK_n}{t_{\text{ц}}K_p}, \quad (1)$$

где  $q$  – вместимость ковша,  $\text{м}^3$ ;  $K_n$  – коэффициент наполнения ковша;  $K_p$  – коэффициент разрыхления грунта;  $t_{\text{ц}}$  – продолжительность цикла, с.

Сменная эксплуатационная производительность экскаватора

$$\Pi_s = \Pi_T K_v T_{\text{см}},$$

где  $K_v$  – коэффициент использования машины по времени, учитывающий наличие внецикловых операций (техническое обслуживание экскаватора, отдых машиниста, передвижку экскаватора, ожидание автотранспорта и т. д.);  $T_{\text{см}}$  – длительность смены, ч.

Время цикла экскавации определяют как суммарное время на выполнение цикловых операций [2]:

$$t_{\text{ц}} = \frac{A_k}{N_{\text{дв}} \eta_k} + \frac{A_{\text{пв}}}{N_{\text{дв}} \eta_k} + \frac{A_{\text{пл}}}{N_{\text{дв}} \eta_{\text{пл}}} + \frac{A_{\text{пз}}}{N_{\text{дв}} \eta_{\text{п}}} + t_3,$$

где  $A_k$ ,  $A_{\text{пв}}$ ,  $A_{\text{пз}}$ ,  $A_{\text{пл}}$  – энергозатраты цикла экскавации (копание, подъем оборудования, поворот на выгрузку и в забой, опускание оборудования в забой), кДж;  $\eta_k$ ,  $\eta_{\text{пл}}$ ,  $\eta_{\text{п}}$  – КПД привода при выполнении соответствующих цикловых операций;  $N_{\text{дв}}$  – мощность двигателя (насосной установки), кВт.

Мощность двигателя находят из условия эффективного выполнения операции копания

$$N_{\text{дв}} = \frac{N_{\text{к}}}{\eta_{\text{к}}} \text{ или } N_{\text{дв}} = \frac{P_{\text{м}} V_{\text{к}}}{\eta_{\text{к}}},$$

где  $N_{\text{к}}$  – мощность на копание;  $P_{\text{м}}$  – максимальная сила копания;  $V_{\text{к}}$  – скорость копания грунта, т. е. скорость движения режущей кромки ковша в грунте, м/с.

Для экскаваторов 6-й размерной группы и более мощность двигателя может определяться энергозатратами на поворот платформы.

В компьютерной среде могут решаться следующие задачи: оценить эффективность машины с комплектом сменных рабочих органов; определить состав оптимального комплекта сменного оборудования и рабочих органов; определить область эффективного применения машины с заданным комплектом рабочего оборудования и др.

Особенности рассматриваемых задач заключаются в следующем. Каждому ковшу большей вместимости соответствуют уменьшенный (из условия устойчивости машины) максимальный радиус копания и, соответственно, меньшая глубина копания. Распределение объемов работ по глубине выемки для каждого ковша увеличенной вместимости является усеченным по сравнению с аналогичной функцией при максимально возможной (наибольшей кинематической) глубине копания для данного типоразмера экскаватора (рис. 1).

Для оценки эффективности одноковшового экскаватора, оснащенного комплектом сменных ковшей, преобразуем формулу (1) для условий разработки грунта  $i$ -й группы прочности (с прочностной характеристикой  $C_i$ )  $j$ -м сменным ковшом

$$\Pi_{(C_i, q_j, H_j)} = \frac{K_{\text{н}}}{K_{\text{р}}} \frac{3600 q_j}{t_{\text{к} ij} + t_{\text{нд} j} + t_{\text{пв} j} + t_{\text{пз} j} + t_{\text{з} j}}, \quad (2)$$

где  $t_{\text{к} ij}$ ,  $t_{\text{нд} j}$ ,  $t_{\text{пв} j}$ ,  $t_{\text{пз} j}$ ,  $t_{\text{з} j}$  – соответственно время копания грунта  $i$ -й группы трудности разработки  $j$ -м ковшом, подъема рабочего оборудования с  $j$ -м ковшом из забоя на уровень разгрузки, поворота платформы на выгрузку, выгрузки ковша, поворота платформы в забой, опускания рабочего оборудования в забой.

На основе формулы (2) оценка математического ожидания сменной эксплуатационной производительности экскаватора ( $P_i$  – вероятность

появления в эксплуатационном фоне экскаватора грунта с прочностной характеристикой  $C_i$ )

$$\Pi_{(q_j, H_j)} = K_{\text{в}} T_{\text{СМ}} \sum_{i=1}^l \Pi_{(C_i, q_j, H_j)} P_i. \quad (3)$$

Каждому  $j$ -му ковшу различной вместимости соответствует  $j$ -й вариант конструктивно-технологических параметров рабочего оборудования, в котором максимальная глубина копания  $H_{\text{к}j}$  определена при конкретных соотношениях длины стрелы и рукояти.

Теоретически для каждого значения массы и вместимости ковша экскаватора величина  $H_{\text{к}j}$  принимает новое значение и для каждого варианта оборудования потребуется определить новые характеристики распределения объемов работ, характеризующихся функцией распределения  $f(H)$ .

В связи с тем, что площадь, ограниченная кривой плотности вероятности  $f(H)$  и осью  $H$ , должна быть равна единице, возникает необходимость нормирования плотности вероятности, т. е. умножения на коэффициент усечения

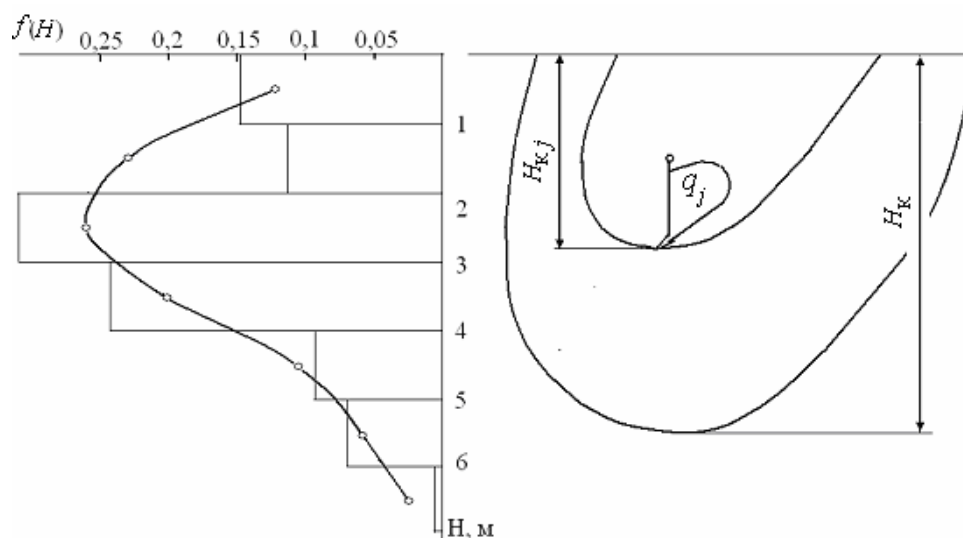
$$K_{\text{ус}} = [F(0, H_{\text{к}})]^{-1},$$

где  $F(0, H_{\text{к}}) = \int_0^{H_{\text{к}}} f(H) dH$ .

Пример:  $H_{\text{к}} = 5$  м. Значения опытных частот равны 0,155; 0,115; 0,313; 0,244; 0,099, а интегральной функции  $F(0, 5) = 0,926$ ;  $K_{\text{ус}} = 1,08$ . Тогда нормированные значения частот равны 0,167; 0,124; 0,338; 0,264; 0,107. Аналогично выполняют нормирование теоретических вероятностей.

Для выполнения объемов земляных работ до глубины  $H_{\text{к}j}$  необходимо разработать грунт на всех глубинах от нуля до  $H_{\text{к}j}$ . Следовательно, объем работ, выполненный ковшом  $q_j$  по всей совокупности объектов, будет пропорционален значению интегральной функции  $F(0, H_{\text{к}j})$ .

Если гидравлический экскаватор оснащен несколькими ковшами различной вместимости  $q_j$ , то долю объема работ, выполненную каждым ковшом, можно оценить из пропорциональности этих объемов значениям интегральных функций  $F(0, H_{\text{к}j})$ :



**Рис.1.** Схема к определению параметров и эффективности экскаватора при работе с комплектом сменных ковшей:  $H_1$  – максимальная глубина копания при работе с ковшом наибольшей вместимости;  $f(H)$  – функция распределения объемов земляных работ по глубине траншеи (для объектов водохозяйственного и мелиоративного строительства);  $H_k$  – наибольшая кинематическая глубина копания

$$k_j = \frac{F(0, H_{kj})}{\sum_{j=1}^J F(0, H_{kj})}; \quad j = 1, 2, \dots, J;$$

$$\sum_{j=1}^J k_j = 1.$$

Нетрудно убедиться, что коэффициент  $K_{yc}$  на величину  $k_j$  не влияет. Но использование  $k_j$  целесообразно, так как нормированное значение функции  $F(0, H_{kj})$  характеризует долю объемов работ, которую мог бы выполнить  $j$ -й вариант рабочего оборудования.

Коэффициент использования машины по времени, учитывающий потери времени на переоборудование экскаватора,

$$k_B = \left\{ 1 + \sum_{j=1}^J \frac{t_{nj}}{t_j} \right\}^{-1},$$

где  $t_{nj}$  – время переоборудования экскаватора в  $j$ -м варианте (т. е. время внецикловой операции);  $t_j$  – время работы экскаватора до переоборудования в  $j$ -м варианте;  $J$  – количество используемых вариантов переоборудования.

Используя весовые коэффициенты  $k_j$ , формулу сменной производительности экскаватора, работающего с комплектом сменных ковшей (для

целей настоящего исследования), можно записать в виде

$$\Pi = k_B \sum_{j=1}^J \Pi_{(q_j, H_j)} k_j. \quad (4)$$

После обобщения зависимостей (3) и (4) сменная эксплуатационная производительность машины может быть представлена в виде

$$\Pi = K_B T_{cm} k_B \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I \Pi_{(C_i, q_j, H_j)} P_i k_j.$$

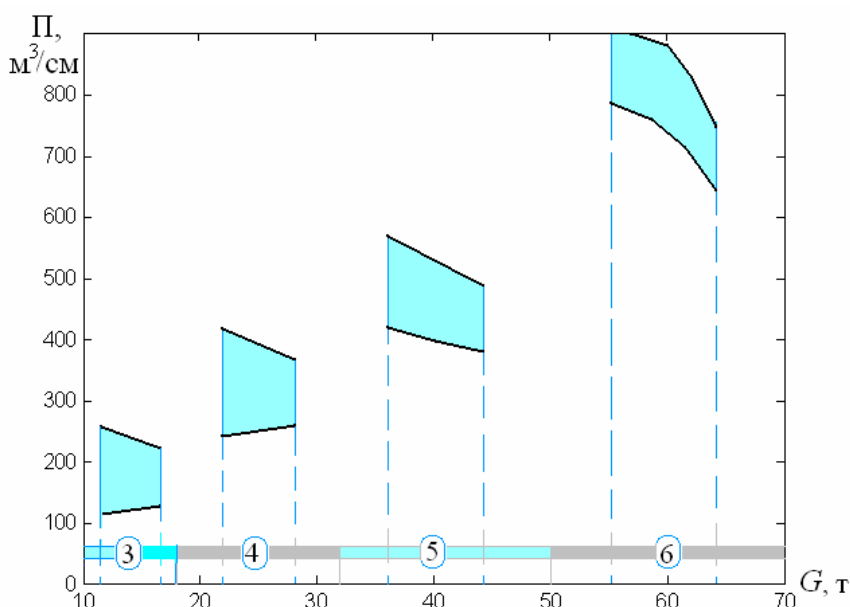
По полученной зависимости типичным для исследования операций методом анализируют конкурирующие варианты (стратегии). Каждый из ковшей, кроме первого, может быть исключен из комплекта. Первый ковш (наименьшей вместимости) обеспечивает выполнение максимальных технологических параметров экскаватора.

В рассмотренной постановке задачи определены зависимости изменения производительности от типоразмера ЭО (рис.2). В качестве номинала здесь принята середина диапазона изменения массы ЭО, определяемой ГОСТ 30067-93. Интервальные оценки производительности ЭО отличаются следующими основными особенностями: общий рост производительности согласуется с увеличением типоразмера ЭО по зависимости, близкой к линейной (эта закономерность



общеизвестна); с увеличением массы ЭО производительность уменьшается (при  $C = 10$ ) для машин больших типоразмеров более интенсивно (вследствие более интенсивного увеличения энергозатрат на поворот платформы), а для  $C = 30$  увеличение массы машин 3–4 типоразмерных групп дает увеличение производительности вследствие увеличивающегося силового потенциала, но для 5–6 групп ЭО увеличение энергозатрат на поворот становится снова преобладающим фактором.

Рассмотренные закономерности изменения производительности необходимо учитывать в ходе системного проектирования ЭО, в том числе при формировании многокритериальных оценок, когда ЛПП выполняет уступку по критериям «производительность» или «масса машины». Например, для ЭО 5–6-х типоразмерных групп критерии  $\Pi \rightarrow \max$  или  $G_s \rightarrow \min$  эквивалентны для условий разработки грунта любой прочности.



**рис.2** Интервальные оценки изменения часовой производительности от массы (типоразмера) ЭО для различной прочности разрабатываемого грунта: 3, 4, 5, 6 – номер типоразмерной группы ЭО; верхний предел изменения производительности соответствует  $C = 10$ , а нижний –  $C = 30$

Вопрос определения производительности рассмотрен при наличии сменных ковшей, использование которых возможно при соответствующем изменении наибольшего радиуса копания  $R_M$  [1] для обеспечения требований устойчивости машины. Прочность грунта варьировалась в диапазоне  $C = 10 - 30$  (границы диапазона: наиболее вероятный по прочности грунт в условиях эксплуатации и предельная прочность грунта для ЭО). Для обеспечения наибольшей конкурентоспособности каждого из рассматриваемых вариантов диапазон и количество ковшей долж-

ны обеспечить необходимый диапазон изменения наибольшего радиуса копания  $R_M$ .

Представленные данные свидетельствуют о возможности прогнозирования производительности ЭО на стадии проектирования на основе методов математического моделирования, включающих оценки интегральных показателей: структурно-компоновочные решения, силовой потенциал, особенности конструктивно-технологических параметров рабочего оборудования, а также наличие сменных ковшей, вероятностные характеристики прочности разрабатываемых грунтов и глубины выемок.

## 5. ВЫВОДЫ И НАПРАВЛЕНИЯ ДАЛЬНЕЙШИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

1. В компьютерной среде проектирования получены методом математического моделирования закономерности изменения производительности одноковшового экскаватора от его типоразмера.

2. При копании грунта наиболее вероятной прочности (при  $C=10$ ) производительность уменьшается для машин больших типоразмеров более интенсивно с возрастанием массы экскаватора вследствие более интенсивного увеличения энергозатрат на поворот платформы, а для грунта предельной прочности ( $C = 30$ ) увеличение массы машин 3–4 типоразмерных групп дает увеличение производительности вследствие увеличивающегося силового потенциала, но для 5-б групп ЭО увеличение энергозатрат на поворот становится снова преобладающим фактором. Эти обстоятельства необходимо учитывать при решении многокритериальных задач проектирования.

## Литература

1. Павлов, В. П. Основы системотехники многоцелевых землеройных машин: монография / В. П. Павлов. – Новосибирск: Изд-во СО РАН; Красноярск: ИПЦ КГТУ, 2006. – 332 с.
2. Павлов, В. П. Определение производительности одноковшовых экскаваторов с учетом вероятностных факторов эксплуатации / В. П. Павлов // Строительные и дорожные машины. 2007. № 9. С. 11–13.
3. Недорезов, И.А. Прогнозирование трудности разработки грунтов землеройными машинами / И.А. Недорезов // Строительные и дорожные машины. 2008. № 4. – С. 43–44.
4. Зеленин, А. Н. Машины для земляных работ / А. Н. Зеленин, В. И. Баловнев, И. П. Керов. – М.: Машиностроение, 1975. – 424 с.
5. Mitrev, R. Position and static force analysis of a backhoe excavating equipment / R. Mitrev // Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej. Budowa Maszyn i Zarządzanie Produkcją. 2008. № 8. pp. 1–8.
6. Luengo, O. Modeling and identification of soil-tool interaction in automated excavation / O. Luengo, S. Singh // IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robotic Systems, October 13–17, 1998.

## ANALYSIS OF LAWS OF BASIC PARAMETERS OF EXCAVATORS

Vladimir PAVLOV

Department of "Transportation and technological machines", The Siberian federal university – Krasnoyarsk, Russia  
e-mail: [pavlov\\_vp@list.ru](mailto:pavlov_vp@list.ru)

**Abstract:** In computer design environment regularities of changes in productivity excavator depending on the size (mass) of the machine. It is shown that the overall linear performance growth is consistent with an increase in size of excavator. As the mass excavator efficiency discharge processing of weak soils decreases, and the development of strong ground evaluation results are ambiguous and require detail work environment.

**Keywords:** excavator, performance, size excavator, soil conditions, computer design environment.

## СИНТЕЗ НА ЗАТВОРЕН ВИНТОВ ДИФЕРЕНЦИАЛЕН МЕХАНИЗЪМ С ГОЛЯМО ПРЕДАВАТЕЛНО ОТНОШЕНИЕ И НАМАЛЕНИ ГАБАРИТИ

Костадин СТОИЧКОВ<sup>1</sup> Тодор ТОДОРОВ<sup>2</sup>

<sup>1</sup>катедра „Теория на механизмите и машините”, Технически университет - София, България  
e-mail: [kks@tu-sofia.bg](mailto:kks@tu-sofia.bg)

<sup>2</sup>катедра „Теория на механизмите и машините”, Технически университет - София, България  
e-mail: [tst@tu-sofia.bg](mailto:tst@tu-sofia.bg)

**Резюме:** В работата е направен синтез на затворен диференциален винтов механизъм с изходящо звено, трансляционно движещ се винт при входящо звено с ротационно движение. Обоснована е необходимостта от реализиране и прилагане на механизми с диференциална кинематична схема в механични системи изискващи много големи предавателни отношения. Изведени са зависимостите необходими за синтеза и е даден пример за едно тяхно приложение. Направен е компютърен модел в SOLIDWORKS среда, на който е показана конструктивна модификация, позволяваща значително намаляване осевите габарити на механизма.

**Ключови думи:** затворен диференциален механизъм, винто-гаечна предавка, синтез.

### 1. УВОД

Настоящата работа разглежда затворен диференциален механизъм, чието изходящо звено е трансляционно, движещ се винт (фиг.1), а движението на входящото звено е ротация. Прилагането на диференциалния принцип дава възможност за разделяне на входящото движение и неговото предаване до изходящото звено посредством две кинематични вериги. Параметрите на изходящото движение в този случай зависят от параметрите на входящото движение, параметрите на двете кинематични вериги и начина на сумиране на движенията от двете кинематични вериги върху изходящото звено. В следствие от казаното до тук може да се направи извода, че използването на диференциалния принцип при синтез на предавателни механизми се получават схеми със значително по-големи функционални възможности от колкото при използване на отделни прости кинематични вериги. В инженерната практика затворените диференциални механизми дават възможност за значително разширяване на диапазоните на предавателните отношения на обикновените кинематични вериги т.е. достигането на значително по-големи както редукии така и мултипликации на скоростта на входящото движение [3]. Затворените диференциални механизми имат изключително широка област на приложение. Единствено този тип механизми дават възможност за решаване на някои въпроси от

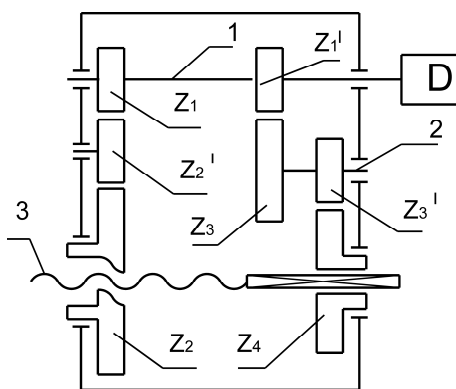
авиационната техника, подемно-транспортното машиностроене уредостроенето, а също така при създаването на високо точни следящи и позициониращи устройства [1].

### 2. СИНТЕЗ НА КИНЕМАТИЧНА СХЕМА НА ЗАТВОРЕН ДИФЕРЕНЦИАЛЕН ВИНТОВ МЕХАНИЗЪМ

На фиг.1 е дадена кинематична схема на затворен диференциален винтов механизъм като нейното устройство и принцип на действие са следните: Двигателят  $D$  задвижва входящият вал 1 с неподвижно монтираните на него зъбни колела  $z_1$  и  $z'_1$  след, което движението се предава по отделни кинематични вериги. Едната кинематична верига -  $K_1$  включва зъбните колела  $z'_1$ , зъбният блок  $z_3, z'_3$  неподвижно монтиран върху междинният вал 2 и зъбното колело  $z_4$ , което посредством шлиците изработени по вътрешният диаметър на неговата главината предава ротационно движение на винта 3.

Другата кинематична верига -  $K_2$  е съставена от зъбното колело  $z_1$  паразитното колело  $z'_2$  и изходящото зъбно колело  $z_2$ . По вътрешният диаметър на главината на  $z_2$  е изработена винтова повърхнина, такава, че образува винтогаечна предавка с винта (3). При работа на механизма

винтът (3) се движи транслационно като параметрите на това движение зависят от неговата стъпка и относителното завъртане между винта и гайката. Относителното завъртане на винта спрямо гайката зависи от ъгловата скорост на входящият вал и предавателните отношения на двете кинематични вериги  $K_1$  и  $K_2$ , които се определят от броят на зъбите на зъбните колела. Задачата за синтез на механизма се свежда до намиране броят на зъбите на зъбните колела и определяне стъпката на винто-гаечната предавка при зададени ъглова скорост на входящият вал и транслационна скорост на винта.



Фиг.1 Кинематична схема на затворен диференциален винтов механизъм

Транслационното преместване -  $S$  [2] на винта се дава от равенството

$$S = \frac{p}{2\pi} (\varphi_B - \varphi_G), \quad (1)$$

$p$  е стъпката на винтовата линия а  $\varphi_B$  и  $\varphi_G$  ъглите на завъртане съответно на винта и гайката. След диференциране на двете страни на (1) по времето за транслационната скорост -  $V$  на винта се получава изразът

$$V = \frac{p}{2\pi} (\omega_B - \omega_G). \quad (2)$$

Ъгловите скорости на винта и гайката са съответно равни на тези на колелата  $z_4$  и  $z_2$ , които се определят от ъгловата скорост на входящия вал -  $\omega_1$  и предавателните отношения  $i_1$  на кинематичната верига  $K_1$  и  $i_2$  на кинематичната ве-

рига  $K_2$ . За ъгловите скорости на винта и гайката са в сила равенствата

$$\omega_B = \omega_1 \cdot i_1 \quad (3)$$

и

$$\omega_G = \omega_1 \cdot i_2. \quad (4)$$

След заместване на (3) и (4) в (2) за транслационната скорост на винта се получава изразът

$$V = \frac{p}{2\pi} \omega_1 (i_1 - i_2). \quad (5)$$

От (5) е видно, че при еднакви стойности на  $i_1$  и  $i_2$  транслационната скорост на винта става нула независимо от входящата ъглова скорост  $\omega_1$ . На практика това дава възможност за получаване на големи редукции при близки стойности на  $i_1$  и  $i_2$ . Съобразно кинематичната схема на фиг.1 предавателните отношения на кинематичните вериги  $K_1$  и  $K_2$  се получават от изразите

$$i_1 = \frac{z_1'}{z_3} \cdot \frac{z_3'}{z_4} \quad (6)$$

и

$$i_2 = \frac{z_1}{z_2} \quad (7)$$

заместването на, които в (5) ни дава уравнението

$$V = \frac{p}{2\pi} \omega_1 \left( \frac{z_1'}{z_3} \cdot \frac{z_3'}{z_4} - \frac{z_1}{z_2} \right), \quad (8)$$

от което се получава  $V$  във функция от  $\omega_1$  и броят на зъбите на зъбните колела.

Уместно е да бъде даден пример, който да демонстрира възможностите на разглежданата схема. Задачата е да се направи кинематичен синтез на механизъм задвижван с електродвигател със стационарна скорост на ротора 800[об/мин ] с ротационно входящо движение при ъглова скорост на входящият вал  $\omega_1 = 80[\text{rad/s}]$  и транслационно изходящо движение със скорост  $2 \cdot 10^{-5} [m/s]$ , като грешката на изходящата скорост е  $\pm 5\%$ . Изходящото звено е винт със стъпка на винтовата линия  $5[mm]$ .

Записва се изразът (8) във вида

$$\frac{z_1'}{z_3} \cdot \frac{z_3'}{z_4} - \frac{z_1}{z_2} = \frac{2\pi V}{p \omega_1}. \quad (9)$$

Дясната страна на равенството при горе поставената задача е позната константа, в лявата страна,

обаче има пет неизвестни цели числа. Задачата може да се облекчи като броят на зъбите на колелата  $z_1, z'_1$  и  $z'_3$  приеме за равен на 14. Това намалява габаритите на механизма и е постижимо посредством положителна корекция на зъбните колела. при заместване на познатите стойности в (9) се получава

$$\frac{14}{z_3} \cdot \frac{14}{z_4} - \frac{14}{z_2} = \frac{2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-5}}{0,005 \cdot 80}, \quad (10)$$

което може да се сведе до диофантовото уравнение

$$\frac{14}{z_3 z_4} - \frac{1}{z_2} = \frac{24249}{1080617500} \quad (11)$$

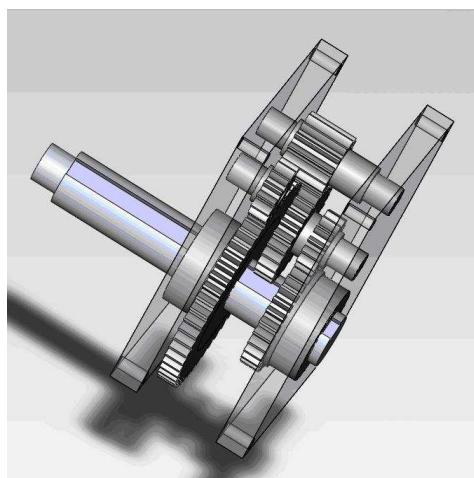
спрямо целите числа  $z_2, z_3, z_4$ . След решаването на диофантовото уравнение посредством софтуерният продукт MAPLE за броят на зъбите на зъбните колела се получават следните стойности  $z_2 = 56, z_3 = 29, z_4 = 27$  при  $z_1 = z'_1 = z'_3 = 14$ . Последващото заместване на всички параметри от (8) с техните числени стойности за транслационната скорост на изх. звено се получава  $V = 2,03 \cdot 10^{-5} [m/s]$  което означава, че задачата за синтез на механизма е решена коректно.

### 3. КОНСТРУКТИВНА МОДИФИКАЦИЯ НА ЗАТВОРЕН ДИФЕРЕНЦИАЛЕН ВИНТОВ МЕХАНИЗЪМ С ТРАНСЛАЦИОННО ИЗХОДЯЩО ЗВЕНО

В предходните параграфи на настоящата работа са посочени големите възможности на диференциалните винтови механизми, както и техните преимущества пред други прилагани схеми. Освен това от синтеза направен в т.2 ясно се вижда, че зададените кинематични параметри на механизма се гарантират от звена, чиято изработка е относително лесна и евтина което е още едно преимущество. Тук обаче трябва да се каже, че кинематичните параметри и технологичната простота на един механизъм не са достатъчни за гарантирането на високите експлоатационни качества, които да го наложат в практиката. Необходимо е също така да се обърне сериозно внимание върху чисто конструктивни характеристики като габарити маса, необходими точности при

изработка, а също силови съотношения КПД. и др.

От описаните по-горе устройство и принцип на действие съобразно фиг.1. е редно да се отбележи следният сериозен конструктивен недостатък: Поради това, че ротационното движение на винта се предава от колелото  $z_4$  посредством шлице, е необходимо върху дясната страна на стеблото на (3) да бъде осигурена ненарязана с винтова линия повърхнинна върху която да се изработят шлиците. Това на пръв поглед не би създавало проблеми, но за осигуряване на достатъчен ход на винта шлицевата част трябва да има дължина минимум равна на дължината на винтовата. В следствие от това осевото разстояние между колелата  $z_2$  и  $z_4$  трябва да бъде равно на хода на винта, а от там минималният осев габарит ще достигне два пъти хода на винта, което ще направи механизма неприложим в много от случаите. На фиг. 2. е даден модел на изследваният механизъм направен в среда SolidWorks на който ясно е показана конструктивната модификация осигуряваща минимален осев габарит.



фиг.2 Модел на изследвания механизъм

Същността на модификацията е в това, че ротацията се предава до винта посредством шпонка в главината на колелото и шпонков канал в нарязаната част на винта. По този начин осевият габарит на механизма не зависи от хода на винта и габаритите на механизма се определят от размерите на зъбните колела монтирани в корпуса.

#### 4.ИЗВОДИ

Направен е синтез на затворен диференциален винтов механизъм при зададени скорости на движение на входящото и изходящото звено и стъпка на винтовата линия на винто-гаечната предавка. Показани са възможностите за постигане на огромни предавателни отношения при използване на неголям брой обикновени зъбни колела. Посредством елементарна конструктивна модификация е намален до минимум осевият габарит на механизма.

Същественният въпрос за коефициентът на полезно действие на механизма ще бъде разгледан в следващи работи на авторите.

#### Литература

- 1.Кожевников, С., Есипенко, Я., Раскин, Я. Механизмы. Москва „Машиностроение” 1976. гл.2, гл.3.
- 2.Nikolov, R. Kinematic analysis and synthesis of differential screw actuator, Revista Recent 26,Vol. 10 (2009), No. 2 (26).
- 3.Reuleaux, Franz and Alex B.W. Kennedy, Kinematics of Machinery: Outlines of a Theory of Machines.

## SYNTHESIS OF CLOSED DIFFERENTIAL SCREW MECHANISM WITH HIGH VELOCITY RATIO AND REDUCED DIMENSIONS

Kostadin STOICHKOV<sup>1</sup> Todor TODOROV<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Theory of mechanism and mashines department, Technical university-Sofia, Bulgaria  
e-mail: [kks@tu-sofia.bg](mailto:kks@tu-sofia.bg),

<sup>2</sup>Theory of mechanism and mashines department, Technical university-Sofia, Bulgaria  
e-mail: [tst@tu-sofia.bg](mailto:tst@tu-sofia.bg)

**Abstract:** The paper deals with synthesis of closed differential screw mechanism with the translating output and rotating input. The need of realizing and application of mechanisms with differentia structure for high velocity ratios it is proved in the paper. The dependencies which are necessary for the synthesis are worked out and an exemplary application is shown. A CAD Solidworks model is created which shows a design modification allowing significant decreasing of the axial dimensions.

**Keywords:** closed differential mechanism, screw-nut train, synthesis

## К ВОПРОСУ О КОНСТРУКЦИЯХ КОНУСНЫХ ДРОБИЛОК МЕЛКОГО ДРОБЛЕНИЯ

**Юлия ЛАГУНОВА Екатерина СУСЛИНА Александр КОЛЯНОВ**  
кафедра Горных машин и комплексов, ГОУ ВПО „Уральский государственный горный университет“, Россия,  
e-mail: [Yu.Lagunova@mail.ru](mailto:Yu.Lagunova@mail.ru)

**Резюме:** рассмотрены вопросы совершенствования конструкции конусных дробилок и обозначены пути их реализации.

**Ключевые слова:** конусная дробилка, дробление «в слое», регулирование разгрузочной щели.

В мировой практике рудоподготовки появляются новые конструктивные решения конусных дробилок. Это обусловливается как значением данного вида оборудования в цикле рудоподготовки (универсальность и высокая производительность конусных дробилок), так и внутренними резервами развития конструкций.

На кафедре горных машин и комплексов Уральского государственного горного университета с момента ее образования проводят работы в области совершенствования конструкций дробильно-размольного оборудования. Разрабатывают как новые конструктивные решения, так и модели для проведения исследований. Одно из направлений исследований – совершенствование конусных дробилок.

Анализ конструкций различных типов конусных дробилок и патентной литературы по данному виду оборудования показывает (табл. 1), что направления совершенствования конструкций определяются не только функциональным (крупного, среднего, мелкого дробления), но и технологическим (использование для рудоподготовки, для нерудных материалов, в производстве щебня, в переработке шлаков) назначением дробилок.

Широкое развитие в отечественной промышленности и за рубежом получили конусные дробилки, реализующие принцип дробления "кусок о

броню", способные существенно снизить крупность продукта (до 5 мм) при меньших удельных энергозатратах по сравнению с дробилками, разрушающими материал "в слое".

Поэтому сравнение дробилок, в которых реализуются различные способы разрушения материала, должно проводиться по комплексному критерию, учитывающему конечную крупность дробленого материала и удельные расходы энергии на дробление. Кроме того, необходимо учитывать, что при мелком питании увеличивается неравномерность износа брони камеры дробления по высоте, а рабочий процесс становится более энергоемким, так как параметры его перестают соответствовать расчетным (оптимальным). Таким образом, при различии технологических задач процесса дробления возможны и различные сравнительные оценки дробилок разного конструктивного исполнения.

В последних модификациях дробилок фирмы Nordberg существенно повышены установочная мощность приводных двигателей и прочностные характеристики деталей дробилок в целом. Это сопровождается повышением эксплуатационных расходов и стоимости машины.

Интерес представляет сравнение дробилок фирм Nordberg (модель Саймонс) и Svedala (модель Хайдрокон), как наиболее распространенных в мировой практике.

табл. 1 Направления совершенствования конусных дробилок

Направления совершенствования конусных дробилок	Пути реализации
1. Снижение энергоемкости дробления и повышение производительности	<b>1.1. Разработка конструкций с рациональными параметрами камер дробления;</b> 1.2. Изменение характера относительного движения дробящихся конусов;

	1.3. Внедрение средств дозировки питания; 1.4. Разработка средств активного распределения питания; 1.5. Разработка устройств для регулирования разгрузочной щели; 1.6. Разработка устройств, обеспечивающих регулирование режимных параметров.
2. Повышение надежности	<b>2.1. Снижение динамических нагрузок и уравнивание масс;</b> 2.2. Разработка амортизационных систем; 2.3. Повышение работоспособности эксцентрикового узла; 2.4. Разработка эффективных систем привода дробилки.
3. Интенсификация процесса дробления, получение заданного продукта	3.1. Регулирование величины дробящего усилия в зависимости от физико-механических свойств дробимого материала; 3.2. Изменение характера напряженного состояния дробимого материала.

Дробилки типа Саймонс должны обеспечивать равномерное распределение дробимого материала по диаметру камеры дробления, обеспечение "рыхлого" распределения дробимого материала в камере дробления, уменьшение габаритов дробилки по высоте. Это достигается отсутствием траверсы дробящего конуса и наличием распределительной (загрузочной) тарелки, которая препятствует "прямому" попаданию дробимого материала в камеру дробления.

Однако дробилки с верхней опорой подвижного конуса обладают податливостью гидросистемы этой опоры, что приводит (при изменении усилия дробления) к отрыву (подпрыгиванию) подвижного конуса от опорной чаши. Это приводит к нарушению стабильности гранулометрического состава продукта, что особенно важно в мелком дроблении.

В модели Хайдрокон отражаются тенденции совершенствования рабочего процесса, заключающиеся в его интенсификации и реализации дробления "в слое". Создание условий для внутрислойного дробления достигается образованием над дробящим пространством "шапки" из разрушаемого материала. В этом случае отпадает необходимость в загрузочной тарелке, создаются условия для равномерного износа брони и технологические показатели дробилок становятся в меньшей степени зависимыми от ширины разгрузочной щели дробилки.

Кроме того, в последнее время для зарубежных конструкций характерно применение гидроаккумуляторов в схеме конусных дробилок мелкого дробления. Применение гидроаккумулятора позволяет накапливать энергию в системе, осуществляет питание системы при аварийной ситуации, уравнивает силы, действующие на конструкцию, компенсирует утечки масла в гидросистеме дробилки, сглаживает демпфирование пульсаций, позволяет предотвратить остановку дробилки в случае попадания в рабочее пространство недробимых предметов.

#### Выводы

1. Повышение эффективности применения дробильного оборудования достигается за счет создания "гибких" конструкций, способных приспосабливаться к конкретным условиям работы.

2. Основным условием рационального использования дробилок – соответствие гранулометрического состава питания профилю камеры дробления.

#### Литература

1. Муйземек Ю.А. Расчетно-экспериментальный анализ рабочего процесса мелкого дробления в конусных дробилках // Изв. вузов. Горный журнал.- 1987.- № 7.- С. 74-78.



## **ABOUT THE DESIGN OF CONE CRUSHERS FOR FINE CRUSHING**

**Yuliya LAGUNOVA Ekaterina SUSLINA Alexander KOLYANOV**  
Mining machines and complexes department, Ural state mining university, Russia,  
e-mail: [Yu.Lagunova@mail.ru](mailto:Yu.Lagunova@mail.ru)

**Abstract:** In the present paper are considered improvements of the cone crushers design and are marked approaches for their improvement.

**Keywords:** cone crusher, crushing in layer, regulation of off-load chink.



## ОБ ОДНОМ ИЗ ВОЗМОЖНЫХ ПОДХОДОВ К ОЦЕНКЕ ПЛОЩАДИ ОСЕВОГО ПРОФИЛЯ РАБОЧЕЙ ЗОНЫ ИЛИ ЕЕ ФРАГМЕНТА

Пётр ПОБЕГАЙЛО

ИМАШ им. Благодравова А.А. РАН, Россия

e-mail: [petrp214@yandex.ru](mailto:petrp214@yandex.ru)

**Резюме:** В статье дано краткое описание одного из возможных способов определения площади осевого профиля рабочей зоны или её фрагмента для одноковшовых гидравлических экскаваторов

**Ключевые слова:** Осевой профиль рабочей зоны, формула Пика, площадь

Нами в работе [1] предложено считать показателем уровня технического совершенства конструкции рабочего оборудования и гидравлического экскаватора в целом соотношение площади осевого профиля действительной рабочей зоны экскаватора, в пределах которой реализуется заданный уровень нагрузок на рабочем органе, к площади осевого профиля теоретической рабочей зоны. Естественно, что эти площади необходимо при этом определить. Для этого можно предложить следующий подход.

Как известно [2,3 и др.] целочисленной решеткой  $Z^2$  называется множество точек декартовой плоскости с целыми координатами<sup>1</sup>. Многоугольник считается расположенным на целочисленной решетке, если все его вершины являются точкам (узлами) этой решетки.

При этом важно, что рассматривается простой многоугольник, т.е. такой, который ограничен замкнутой несамопересекающейся ломаной.

Для указанного многоугольника известна так называемая «формула Пика» для вычисления его площади. Она тесно связана с одной комбинаторной формулой Эйлера [2,3 и др.].

*Теорема (Г. Пика)* [2,3 и др.]. Для любого простого многоугольника  $P$  на целочисленной решетке имеет место формула:

$$[P] = N_i + \frac{N_e}{2} - 1 \quad (1)$$

где  $N_i$  - число узлов решетки, расположенных внутри многоугольника;  $N_e$  - число узлов решетки, расположенных на его границе, включая вершины.

<sup>1</sup> Для решения поставленной нами задачи применение целочисленной решетки не создает никаких проблем.

Доказательство теоремы подробно рассмотрено в работах [2, 3 и др.].

Полученная по формуле (1) площадь имеет размерность «ячейка» (при квадратной сетке – «квадрат» и т.п.)<sup>2</sup>. Для пересчета «площади по Пика»  $[P]$  в интересующую нас площадь  $P_u$ , следует умножить ее на площадь единичной ячейки  $P_{ea}$ :

$$P_u = [P] \cdot P_{ea} \quad (2)$$

Таким образом, задача приближенной оценки площади осевого профиля рабочей зоны может быть сведена к последовательному выполнению следующих шагов алгоритма:

- построить целочисленную решетку<sup>3</sup> (вписанную в осевой профиль рабочей зоны, задавшись соответствующим размером единичной ячейки);
- на решетке построить простой многоугольник;
- определить площадь единичной ячейки решетки, а также параметры  $N_i$  и  $N_e$ ;
- по формуле Пика найти площадь, и пересчитать ее по формуле 2.

Очевидно, что чем меньше шаг целочисленной решетки (чем больше граней у вписанного многоугольника), тем ближе получается площадь вписанного многоугольника к искомой площади осевого профиля рабочей зоны.

<sup>2</sup> Иначе говоря, ту мы получаем число ячеек.

<sup>3</sup> Один из возможных алгоритмов построения обычной прямоугольной решетки с заданным шагом по абсциссе и ординате можно найти в работе [4]. Его можно модифицировать и для нашего случая. Он же позволяет выделить в рабочей зоне потребный проектировщику фрагмент и работать с ним.

Вместо формулы 1 возможно применение и обобщенной формулы Пика [3 и др.]. Заметим, что ее применение в перспективе расширит наши возможности при определении площади  $P_u$ .

В литературе [5–9 и др.] известны и другие подходы к решению задачи рассмотренной нами в этой работе<sup>4</sup>. Так известен метод  $\varepsilon$ -сетки [5, 6 и др.] базирующийся в одном из своих вариантов на так называемых ЛП – последовательностях [10 и др.]. Этот метод является перспективным на случай, когда нам потребуется вычислять объем рабочей зоны или ее фрагмента.

Дополнительно отметим, что:

- современные системы автоматизированного проектирования позволяют получать искомую площадь замкнутой области автоматически (например, в SolidWorks-е), не задумываясь над алгоритмами и расчетами, что в некоторых случаях оправдано;

- задача построения сетки на замкнутой области ставит интересные вопросы о числе получаемых узлов, о числе получаемых ячеек (квадратов при квадратной сетке), о выборе типа сетки наилучшим образом (равномернее всего) покрывающей замкнутую область и пр. (пример некоторых таких исследований можно найти, например, в монографии [11 и др.]);

- указанная только что «задача построения», на наш взгляд, является частным случаем проблемы, поставленной в 2008 году академиком В.И. Арнольдом [12, 13], о том, на сколько частей делят плоскость  $n$  прямых;

- предложенный подход к оценке площади осевого профиля рабочей зоны или ее фрагмента может быть распространен и на другие виды машин, например краны или роботы-манипуляторы.

#### Литература

1. **Побегайло П.А.** Выбор рациональных параметров рабочего оборудования мощных гидравлических экскаваторов прямого копания: Дисс. ... канд. техн. наук. Екатеринбург, 2008. 297 с.
2. **Вавилов В.В., Устинов А.В.** Две знаменитые формулы // Квант. 2008. № 2. с. 11 – 15, 22, 58 – 59.

3. **Вавилов В.В., Устинов А.В.** Многоугольники на решетках. М.: МЦНМО, 2006. 72 с.

4. **Крикун А.В.** Нагруженность рабочего оборудования карьерного гидравлического экскаватора прямого копания: Дисс. ... канд. техн. наук. М., 1991. 250 с.

5. **Кобринский А.А.** К определению объема рабочего пространства манипуляционной системы // В сборнике «Методы решения задач машиноведения на вычислительных машинах». М.: Наука, 1979. с. 124 – 134.

6. **Кобринский А.А., Кобринский А.Е.** Манипуляционные системы роботов: основы устройства, элементы теории. М.: Наука, 1985. 344 с.

7. **Степаненко Ю.А.** Разработка методов анализа и элементов теории манипуляторов: Дисс. ... докт. техн. наук. М., 1971.

8. **Тихомиров В.Г.** Анализ и синтез кинематических схем манипуляторов при дополнительных ограничениях в их рабочем пространстве: Дисс. ... канд. техн. наук. М., 1986. 339 с.

9. **Монсеев Г.Д.** Определение оптимальных параметров рычажных систем строительных манипуляторов на базе одноковшовых экскаваторов с гидроприводом: Дисс. ... канд. техн. наук. М., 1988. 293 с.

10. **Соболь И.М.** Численные методы Монте-Карло. М.: Наука, 1973.

11. **Сидоров А.Ф.** Избранные труды: Математика. Механика. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. 576 с.

12. **Арнольд В.И.** На сколько частей делят плоскость  $n$  прямых? // Математическое просвещение. Третья серия. Выпуск 12. М.: МЦНМО, 2008. с. 95 – 104.

13. **Арнольд В.И.** Вещественная алгебраическая геометрия. М.: МЦНМО, 2009. 88 с.

<sup>4</sup> Однако во всех упомянутых в этой работе литературных источниках ищется объем рабочей зоны или ее фрагмента, а площадь авторов особо не интересует, что делает их подходы не удобными для нашего случая.

## **A POSSIBLE APPROACH FOR ESTIMATION OF THE AREA OF THE PLANAR SECTION OF THE WORKING ZONE OR ITS FRAGMENT**

**Petr POBEGAILO**

IMASH Blagonravov A.A., Russian academy of sciences, Russia

e-mail: [petrp214@yandex.ru](mailto:petrp214@yandex.ru)

**Abstract:** In the present paper is described a possible approach for estimation of the area of the planar section of the hydraulic excavator working zone.

**Keywords:** Planar section of the working zone, Pick's formula, area



## К ВОПРОСУ ПРОЕКТИРОВАНИЯ СТРЕЛ ЭКСКАВАТОРОВ-ДРАГЛАЙНОВ

Виктор ШЕСТАКОВ<sup>1</sup> Татьяна ГОЛОВНЁВА<sup>2</sup>

<sup>1</sup> кафедра Горных машин и комплексов, Уральский государственный горный университет, Россия  
e-mail: [Shestakov.V.S@mail.ru](mailto:Shestakov.V.S@mail.ru)

<sup>2</sup> кафедра Горных машин и комплексов, Уральский государственный горный университет, Россия  
e-mail: [Tagolovneva@rambler.ru](mailto:Tagolovneva@rambler.ru)

**Резюме:** Рассмотрен вопрос расчета максимального усилия в канатах экскаватора-драглайна при входе ковша в зону растяжки с учетом инерционности приводов подъема и тяги.

**Ключевые слова:** Экскаватор-драглайн, привод, подъем, тяга, усилия, канаты.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

На кафедре горных машин и комплексов Уральского государственного горного университета с момента ее образования проводят работы в области совершенствования конструкций экскаваторов. Разрабатывают как новые конструктивные решения, так и модели для проведения исследований. Одно из направлений исследований – совершенствование экскаваторов-драглайнов. Проводится работа по выявлению возможности снижения массы экскаватора.

На массу экскаватора существенным образом влияет масса стрелы. Даже незначительное уменьшение массы стрелы позволяет существенно уменьшить массу машины, кроме того, значительно уменьшится момент инерции поворотной части. От момента инерции практически линейно зависит время поворотного движения и, следовательно, время цикла. Таким образом, при снижении массы стрел произойдет снижение массы и стоимости экскаваторов-драглайнов, повышение их производительности.

Снижение массы стрелы возможно за счет рациональной конструктивной схемы и использования элементов без излишних запасов прочности. Для задания рационального сечения необходимо проведение расчетов напряженно-деформированного состояния всех элементов стрелы. Такие расчеты могут быть выполнены только с применением специализированных пакетов на ЭВМ.

В Российской практике проектирования сложных металлоконструкций в последнее десятилетие широко применяется система автоматизированного расчета и проектирования механи-

ческих конструкций и оборудования *APM WinMachine*, созданная НПЦ АПМ (г. Королев). Для расчета металлоконструкций используется модуль *APM WinStructure3D*, который предназначен для комплексного анализа трехмерных конструкций. Расчет напряженно - деформированного состояния конструкций выполняется методом конечных элементов. При расчетах используются модель конструкции, модель защемлений и модель нагружения.

Модель конструкции реализует собой вариант рассматриваемой стрелы драглайна, позволяет сравнительно просто менять сечение элементов, входящих в модель. Задавая соответствующие сечения и определяя возникающие при таких сечениях и действующих нагрузках напряжения можно подобрать такие значения сечений, при которых будут исключены излишние запасы прочности и за счет этого снижена масса стрелы. Проведя исследования для нескольких вариантов возможного исполнения стрел можно выбрать из них наиболее приемлемый для рассматриваемого экскаватора, т.е. провести оптимизации по критерию массы.

Модель защемлений реализуется установкой опор, закрепляющих стрелу от смещений.

Модель нагружения включает силы тяжести, ветровые нагрузки и нагрузки от действующих рабочих сил. Первые два вида нагрузок автоматически вводятся системой по размерам элементов стрелы. Действующие рабочие силы задаются нагрузочными диаграммами за рабочий цикл. Для получения таких диаграмм на этапе проектирования нами разработана математическая модель и программа для ЭВМ [1]. В модели

можно задавать реальные траектории движения ковша (рис. 1).

Результаты расчета усилий при движении по рабочим траекториям применяют для расчета ресурса стрел, но для расчета максимальных напряжений требуются задавать максимальные усилия, возникающие в канатах. Исследование в этом направлении представлено в данной работе.

## 2. РАСЧЕТ МАКСИМАЛЬНЫХ УСИЛИЙ В ПОДЪЕМНЫХ И ТЯГОВЫХ КАНАТАХ

При расчете максимальных напряжений в элементах стрел-драглайнов рассматривается положение ковша в зоне растяжки и усилия в подъемных и тяговых канатах считаются равными стопорным (максимальным) значениям [2]. В этой методике не учитывался процесс движе-

ния ковша при входе в зону растяжки, в случае, когда подъемная и тяговая лебедки работают на себя, т. е. уменьшают длину канатов. При работе реальной лебедки из-за большой инерционности ковш не остановится на границе, а продолжит движение к стреле и это приведет к увеличению усилий в канатах. Точное максимальное значение усилий может быть определено по математической модели, включающей выражения, имитирующие работу лебедок, и обеспечивающие расчет усилий в канатах.

При расчете усилий в канатах используется поэтапное решение. Вначале канат считается невесомой нерастяжимой нитью, определяется усилие в канатах от силы тяжести ковша (рис. 1). На втором этапе выполняется уточнение усилий с учетом силы тяжести канатов и их провисания [1].

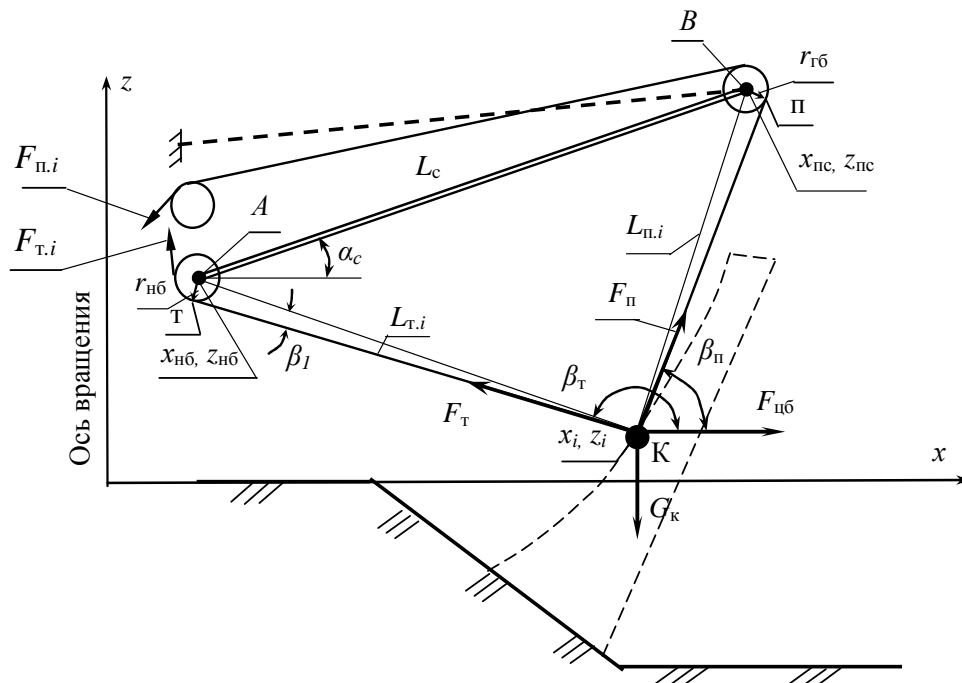


рис.1 Расчетная схема к определению усилий:  $L_c$  – длина стрелы;  $\alpha_c$  – угол наклона стрелы;  $x_{нб}, z_{нб}$  – координаты оси направляющих блоков;  $x_i, z_i$  – положение центра тяжести ковша;  $r_{нб}, r_{гб}$  – радиус направляющих и головных блоков

Текущее значение скорости барабана лебедки определится по дифференциальному уравнению движения. Для механизмов вращательного движения с неизменными моментами инерции уравнение имеет вид

$$M_{дв} - M_c = J_{пр} \cdot d\omega/dt,$$

где  $M_{дв}$ ,  $M_c$  – движущий момент и момент сопротивлений, соответственно;  $J_{пр}$  – суммарный момент инерции лебедки, приведенный к валу двигателя;  $\omega$  – текущее значение угловой скоро-



сти.

Момент сопротивления на валу привода с учетом КПД лебедки определяется по выражению

$$M_c = F_k R_6 \eta_l^{-1} / U_l,$$

где  $F_k$  – усилие в канатах подъемной ( $F_n$ ) или тяговой ( $F_T$ ) лебедок (см. рис.1);  $\eta_l$  – КПД лебедки;  $R_6$  – радиус барабана лебедки;  $U_l$  – передаточное отношение лебедки.

Суммарный приведенный к валу двигателя момент инерции лебедки при ее работе на уменьшение длины канатов определяется по закону сохранения кинетической энергии

$$J_{пр} = J_{дв} + J_6 / U_l^2 + m_k R_6^2 / U^2$$

где  $J_{дв}$  – момент инерции роторов двигателей;  $J_6$  – момент инерции барабанов лебедки;  $m_k$  – масса грузеного ковша.

При торможении привода суммарный приведенный момент инерции будет включать только вращающиеся части механизма. Ковш будет тормозиться силами в канате. Если движение ковша будет со скоростью большей, чем скорость барабана, то это приведет к ослаблению каната, а те «подталкиванию» барабана, поэтому инерционность ковша при торможении в расчетах не используется.

Суммарный момент инерции лебедки при торможении

$$J_{пр} = J_{дв} + J_6 / U_l^2.$$

Угол поворота вала барабана, через который вычисляется длина каната, определяется интегрированием угловой скорости

$$\varphi(t) = \int_0^T \omega(t) dt$$

где  $T$  – расчетное время, в течение которого определяется угол поворота.

В зависимости от угла поворота вала барабана меняются значения длин канатов подъемной и тяговой лебедок

$$L_{т,i} = L_{т,n} + \varphi_{т,i} U_t R_{6,t}$$

$$L_{п,i} = L_{п,n} + \varphi_{п,i} U_p R_{6,p}$$

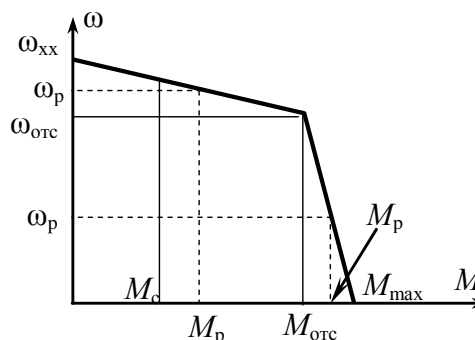
где  $L_{т,i}$ ,  $L_{п,i}$  – текущее значение длин тяговых и подъемных канатов от ковша до блоков;

$L_{т,n}$ ,  $L_{п,n}$  – начальное значение длин тяговых и подъемных канатов от ковша до блоков;

$\varphi_{т,i}$ ,  $\varphi_{п,i}$  – текущее значение угла поворота вала двигателя тяговой и подъемной лебедок от начала

движения;  $U_t$ ,  $U_p$  – передаточное отношение тяговой и подъемной лебедок;  $R_t$ ,  $R_p$  – радиус барабана тяговой и подъемной лебедок.

Привод экскаваторной лебедки имеет так называемую «экскаваторную» механическую характеристику (рис. 2).



**рис.2** Статическая механическая характеристика привода:  $\omega_{хх}$ ,  $\omega_{отс}$  – скорость холостого хода и отсечки;  $M_{max}$ ,  $M_{отс}$  – максимальный момент и момент отсечки привода;  $\omega_p$ ,  $M_p$  – текущее значение скорости и момента;  $M_c$  – момент сопротивления от усилия в канатах

При разгоне момент уменьшается по мере разгона вала двигателя от  $M_{max}$  до момента, соответствующего усилию в канатах. В процессе работы скорость меняется в зависимости от усилий в канатах, которым пропорционален момент сопротивлений. При торможении система управления обеспечивает максимальный момент, направленный встречно вращению вала двигателя.

При подходе ковша к зоне растяжки усилие в канатах увеличивается и это должно обеспечивать уменьшение скорости вращения вала барабана вплоть до полной остановки привода. В реальном приводе мгновенного изменения скорости в соответствии с моментом сопротивления на валу не происходит ввиду наличия больших инерционных масс. Если начитать торможение, например, со скорости отсечки, которая близка номинальной скорости двигателя, то время торможения до полной остановки составляет 1-2 с, за это время барабан повернется на некоторый угол и ковш войдет в зону растяжки ближе к стреле. Приближение ковша к стреле приведет к увеличению усилий в канатах, это нужно учитывать при расчете напряжений в элементах стрелы.

Точное время торможения и приближение к стреле определится по уравнению движения вала

двигателя при торможении

$$-M_{\max}/\eta_{л} - M_c = J_{пр} \cdot d\omega_r/dt.$$

Выражение для расчета угла поворота

$$\omega_r = d\varphi_r/dt.$$

Момент сопротивления  $M_c$  при торможении будет увеличиваться ввиду того, что ковш приближается к стреле и увеличиваются усилия в канатах. Точное значение времени и угла при торможении можно рассчитать численным интегрированием при использовании ЭВМ. Для анализа возможного увеличения усилий в канате можно принять момент сопротивления неизменным, определенным при задании усилий в канатах, равным стопорным значениям. При таком допущении время торможения определится интегрированием уравнения движения при торможении

$$\int_0^{T_r} dt = - \frac{J_{пр}}{M_{\max}/\eta_{л} + M_c} \int_0^{\omega_p} d\omega.$$

Торможение начинается с достигнутой при разгоне скорости, поэтому и применено обозначение  $\omega_p$  в качестве нижней границы определенного интеграла. Наихудший случай для нагружения стрелы будет, когда торможение начинается при скорости отсечки  $\omega_{отс.в}$ . После решения интеграла получим выражение для расчета времени торможения

$$T_T = \frac{J_{пр} \cdot \omega_{отс}}{M_{\max}/\eta + M_c}$$

Угол торможения определится по выражению

$$\varphi_r = \omega_p \cdot T_T / 2.$$

Усилия в тяговых и подъемных канатах определяются из уравнений равновесия

$$F_T = \frac{G_k + F_{цб} \cdot \text{tg} \beta_{п}}{\sin \beta_T - \cos \beta_T \cdot \text{tg} \beta_{п}},$$

$$F_{п} = - \frac{F_T \cdot \cos \beta_T + F_{цб}}{\cos \beta_{п}},$$

где  $F_{цб}$  – центробежная сила, действующая на ковш

$$F_{цб} = m_{кр} \omega_{пл}^2 x_i;$$

$m_{кр}$  – масса груженого ковша;  $x_i$  – расстояние от оси вращения платформы экскаватора до центра тяжести ковша;  $\omega_{пл}$  – скорость поворота платформы

$$\omega_{пл} = \omega_{отс.в} / U_B,$$

где  $\omega_{отс.в}$  – скорость отсечки вала двигателя поворота;  $U_B$  – передаточное отношение механизма поворота.

Угол наклона к горизонтали отрезка, соединяющего точку схода подъемных канатов с головных блоков и центр тяжести ковша

$$\beta_{п} = \alpha_c + \arccos \left( \frac{L_c^2 + L_{БК.i}^2 - L_{АК.i}^2}{2 \cdot L_c \cdot L_{БК.i}} \right) - \arctg \frac{r_{гб}}{L_{п.i}}$$

Угол наклона к горизонтали отрезка, соединяющего точку схода тяговых канатов с направляющих блоков и центр тяжести ковша

$$\beta_T = \alpha_c + \arccos \left( \frac{L_c^2 + L_{БК.i}^2 - L_{АК.i}^2}{2 \cdot L_c \cdot L_{БК.i}} \right) + \arccos \left( \frac{L_{БК.i}^2 + L_{АК.i}^2 - L_c^2}{2 \cdot L_{БК.i} \cdot L_{АК.i}} \right) + \arctg \frac{r_{гб}}{L_{т.i}}$$

Значение длины отрезка между осью направляющих блоков и центром тяжести ковша в процессе транспортирования ковша

$$L_{АК.i} = \sqrt{L_{т.i}^2 + r_{гб}^2}.$$

Значение длины отрезка между осью головных блоков и центром тяжести ковша в процессе транспортирования ковша

$$L_{БК.i} = \sqrt{L_{п.i}^2 + r_{гб}^2}.$$

По представленным выражениям проведены расчеты для экскаватора ЭШ-25.100. Результаты расчета представлено в табл. 1.

табл.1 Изменение нагрузок при входе ковша в зону растяжки

	$x_i$	$z_i$	$L_T$	$L_{п}$	$F_T$	$F_{п}$	$F_T/G_{кр}$	$F_{п}/G_{кр}$
<b>Начало торможения</b>	51	18	39.2	65.56	1480	1698	1.762	2.022
<b>Конец торможения</b>	48.7	21	38.2	64.5	1972	2217	2.348	2.64

Отклонение			1.005	1.061	491.6	519	0.332	0.305
------------	--	--	-------	-------	-------	-----	-------	-------

В табл.1 обозначено:  $x_b, z_i$  – координаты центра тяжести ковша;  $G_{кз}$  – сила тяжести грузеного ковша;  $F_T/G_{кз}$   $F_H/G_{кз}$  – относительное значение усилия в тяговых и подъемных канатах. В строке «отклонение» приведена разность между точками начала и конца торможения, причем в колонках  $F_m/G_{кз}$   $F_H/G_{кз}$  – представлено относительное значение

$$\Delta F = (F_k - F_n) / F_n,$$

где  $F_k, F_n$  – усилия в канатах в конце и начале торможения.

### 3. ВЫВОДЫ

При торможении происходит существенное увеличение усилий в подъемных и тяговых канатах (30-35 %), это нужно учитывать при расчете максимальных напряжений в металлоконструкциях стрелы.

#### Список литературы

1. Шестаков В.С., Головнева Т.П. Расчет нагрузок на стрелу драглайна при транспортировании ковша // Горное оборудование и электромеханика. – 2009. - № 6. – С. 50-55.
2. Ткаченко В.Я. Определение максимальных статических нагрузок в канатах и стреле драглайна при транспортировании ковша // Известия ВУЗов. Горный журнал. – 1979. – С. 98-102.

## AN ADDITIONAL CONSIDERATIONS TO THE DESIGN OF EXCAVATORS-DRAGLINES BOOMS

Victor SHESTAKOV<sup>1</sup> Tatiyana GOLOVNEVA<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Mining machines and complexes department, Ural state mining university, Russia  
e-mail: [Shestakov.v.s@mail.ru](mailto:Shestakov.v.s@mail.ru)

<sup>2</sup> Mining machines and complexes department, Ural state mining university, Russia  
e-mail: [Tagolovneva@rambler.ru](mailto:Tagolovneva@rambler.ru)

**Summary:** In this paper an additional considerations to the design and calculation of the maximum capacity of the rope excavator-dragline are presented. A case is considered when the bucket goes in the stretching zone. Inertia of the driving mechanism and draught are also considered.

**Keywords:** Excavator-dragline, drive, lifting, draught, capacity, ropes



## КОЕФИЦИЕНТ НА ПОЛЕЗНО ДЕЙСТВИЕ НА ЗАТВОРЕН ВИНТОВ ДИФЕРЕНЦИАЛЕН МЕХЕНИЗЪМ

Костадин СТОИЧКОВ<sup>1</sup> Тодор ТОДОРОВ<sup>2</sup>

<sup>1</sup>катедра „Теория на механизмите и машините”, Технически университет - София, България  
e-mail: [kks@tu-sofia.bg](mailto:kks@tu-sofia.bg)

<sup>2</sup>катедра „Теория на механизмите и машините”, Технически университет - София, България  
e-mail: [tst@tu-sofia.bg](mailto:tst@tu-sofia.bg)

**Резюме:** Работата разглежда въпроса за коефициента на полезно действие на затворен диференциален винтов механизъм с входящо движение ротация и изходящо, транслационно движещ се винт. Общият коефициент на полезно действие е определен като КПД на механична система съставена от паралелно свързани механизми. Изведени са, както връзките между общият коефициент на полезно действие и КПД на паралелно свързаните вериги така и зависимостите на КПД на системата от геометричните параметри на винто-гаечната предавка, преобразуваща ротационното движение в транслационно. Изчисленият по горните релации КПД е сравнен с този на други механизми, имащи сходни кинематични възможности.

**Ключови думи:** КПД, механична система, затворен диференциален механизъм.

### 1.УВОД

В работата [1] е разгледан затворен диференциален винтов механизъм от гледна точка на неговата кинематика. В цитираната работа е направен кинематичен синтез и анализ на такъв механизъм по зададени скорости на входящото и изходящото звено и стъпка на винтово гаечната предавка, осигуряваща транслационно движение на изходящото звено. С подходящ пример е демонстрирана възможността за реализиране на много високи предавателни числа при използване на механизъм от такъв тип. Освен това е показан начин за значително (два пъти в сравнение със съществуващите конструкции) намаляване на осовите габарити посредством елементарна конструктивна модификация на винта. Всичко това прави затвореният диференциален винтов механизъм перспективно устройство с приложение в случаи, при които се изисква достигане да много високи предавателни отношения при малки габарити на механизма, като някои области на приложение са посочени в [1]. Тук обаче е редно да се каже, че кинематичните характеристики не са достатъчни при определяне областите на приложения на механизмите т.е. необходимо е да се направи заключение и за други параметри (сили, моменти, мощности, КПД) в механизма.

Напоследък поради поскъпването на енергията в световен мащаб, КПД., като показател за то-

ва каква част от вложената енергия е оползотворена и каква е частта на загубите е изключително важен параметър при оценката на една механична система. Това прави определянето на КПД, на разглежданият механизъм задължително при неговият анализ.

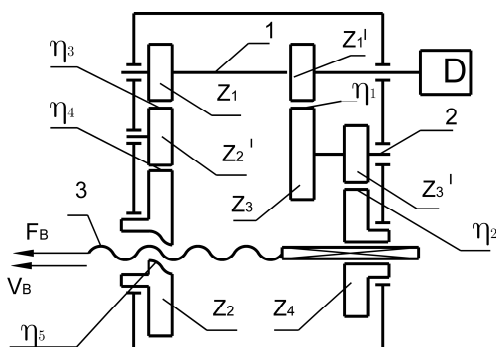
### 2.ОПРЕДЕЛЯНЕ КПД НА МЕХАНИЗМИТЕ СЪСТАВЯЩИ ДИФЕРЕНЦИАЛНАТА СХЕМА

Накратко устройството и принципът на действие са следните (фиг.1).

Движението от входящият вал (1) се разделя по двете кинематични вериги  $K_1$  ( $z'_1, z_2, z_3, z'_3, z_4$ ) и  $K_2$  ( $z_1, z'_2, z_2$ ), като в главината на  $z_2$  е изработена вътрешна винтова повърхнина, а от  $z_4$  посредством шпонка въртенето се предава на винта (3).

Осевото преместване на винта се определя от разликите в ъгловите на  $z_4$  и  $z_2$ . Кинематичните зависимости в механизма подробно, са изведени в [1]. Общият КПД на механизма, както е видно от фиг.1 ще зависи от коефициентите на полезно действие на кинематичните вериги  $K_1$ ,  $K_2$ , винто-гаечната предавка и плъзгащата двоица между шпонката и шпоначния канал във винта. Коефициентите на полезно действие на  $K_1$  и  $K_2$  се

получават от произведението на КПД на последователно свързаните зъбни механизми, участващи в тях и се дават от изразите



фиг.1 Устройство и принцип на действие

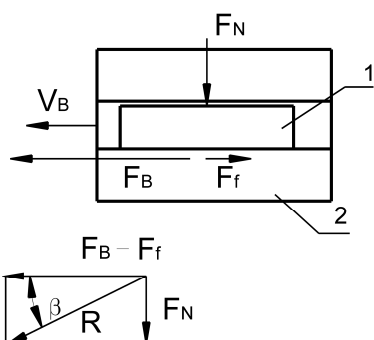
$$\eta_{K1} = \eta_1 \cdot \eta_3 \quad (1)$$

и

$$\eta_{K2} = \eta_3 \eta_4 \cdot \quad (2)$$

Коефициентите участващи в (1) и (2) представляват КПД на едностъпални зъбни предавки, което дава основание да се приеме, че  $\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = \eta_4 = 0,98$ .

Коефициентът на полезно действие на винтогаечната предавка- $\eta_5$  е даден в много източници [4] и се приема в границите от 0,8 до 0,85. Схемата за определяне КПД на плъзгащата двоица между шпонката в главината на  $z_4$  и стените на канала във винта е дадена на фиг.2. От фигурата се вижда, че като звено от плъзгащата двоица върху винта действат нормалната сила  $F_N$ , осевата сила  $F_B$  и силата на триене  $F_f$ .



фиг.2 Схема за определяне КПД на плъзгащата двоица

Коефициентът на полезно действие за разглежданият случай е даден в [3] и се изчислява по зависимостта

$$\eta_{nl} = 1 - \text{tg}\beta \cdot \mu, \quad (3)$$

където  $\mu$  е коефициента на триене във фрикционната двойка,  $\beta$  - ъгълът, между посоката на плъзгане и равнодействащата на системата сили (фиг.2) като за конкретният случай  $\eta_{nl} = \eta_6$ . Тангенсът на ъгъл  $\beta$  съобразно фигурата се получава от отношението

$$\text{tg}\beta = \frac{F_N}{F_V - F_f}. \quad (4)$$

Участващите в (4) сили се определят от съответните изрази:

$$F_N = \frac{M_B}{r_B} \quad (5)$$

$$F_f = F_N \cdot \mu \quad (6)$$

$$F_B = \frac{M_B}{r_{2B} \text{tg}(\psi + \rho)} \quad (7)$$

в които са приети следните означения:  $M_B$  - двигателен момент върху винта,  $r_B$  - външен радиус на винта,  $r_{2B}$  - среден радиус на винта,  $\psi$  - ъгъл на винтовата линия,  $\rho$  - ъгъл на триене между навивките на винта и гайката. След заместване на (5), (6) и (7) в (4) и съответните математически преобразувания и като се приеме, че  $r_{2B} \approx r_B$  се стига до изразът

$$\text{tg}\beta = \frac{\text{tg}(\psi + \rho)}{1 - \mu \cdot \text{tg}(\psi + \rho)}. \quad (8)$$

За коефициентът на полезно действие  $\eta_6$  на плъзгащата двоица въз основа на (3) и (8) окончателно се получава

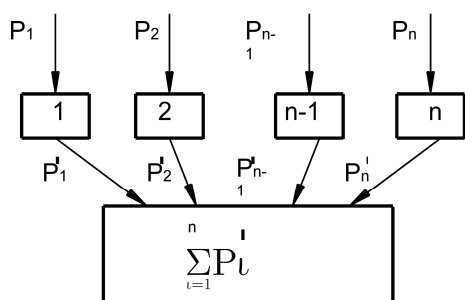
$$\eta_6 = 1 - \frac{\text{tg}(\psi + \rho)}{1 - \mu \cdot \text{tg}(\psi + \rho)} \cdot \mu. \quad (9)$$

Параметрите участващи в (9) за разглеждания случай имат следните стойности : коефициент на триене -  $\mu = 0,1$  (стомана по стомана), ъгъл на винтовата линия  $\psi = 5^\circ$ , ъгъл на триене при фрикционна двойка бронз-стомана -  $\rho = \arctan(0,08)$ . След заместване на стойностите в (9) се получава  $\eta_6 = 0,98284$ , което дава право

да се приеме, че коефициентът на триене в плъзгащата двойка е  $\eta_6 = 0,98$ .

### 3.ОПРЕДЕЛЯНЕ НА ОБЩИЯТ КПД НА МЕХАНИЗМА

Кинематичната схема на механизма се състои от две паралелни кинематични вериги ( $K_1, K_2$ ) с общо изходящо звено следователно определянето на общият КПД ще се извърши съобразно схемата на фиг.3.



фиг.3 Схема за определяне на общият КПД

Намиране общият КПД на механизма при дадената схема с „n” на брой паралелни вериги [2] се извърша посредством изразът

$$\eta_{об} = \frac{P'_1 + P'_2 + \dots + P'_{n-1} + P'_n}{P_1 + P_2 + \dots + P_{n-1} + P_n} \quad (10)$$

След разделяне числителя и знаменателя на (10) с  $P_1$  и въвеждане на означенията

$P_2/P_1 = q_2, P_3/P_1 = q_3, \dots, P_{n-1}/P_1, P_n/P_1 = q_n$  от

(10) директно се получава

$$\eta_{об} = \frac{\eta_1 + q_2\eta_2 + \dots + q_{n-1}\eta_{n-1} + q_n\eta_n}{1 + q_2 + \dots + q_{n-2} + q_n} = \frac{\sum_{i=1}^n q_i\eta_i}{\sum_{i=1}^n q_i} \quad (11)$$

където  $q_1, \dots, q_n$  ( $q_1 = 1$ ) се наричат коефициенти на разпределението на мощностите. За кинематичната схема от фиг.1, включваща две паралелни вериги равенството (11) добива вида:

$$\eta_{об} = \frac{\eta_{K1}\eta_5 + q_2\eta_{K2}\eta_6}{1 + q_2} \quad (12)$$

В изразът (12) коефициентите на полезно действие  $\eta_{K1}, \eta_{K2}, \eta_5, \eta_6$ , са познати от предходните изводи в настоящата статия. Неизвестен е само коефициентът на разпределение на мощностите  $q_2$  който представлява отношението на входящите мощности. Входящите мощности могат да се изразят посредством изходящите чрез равенствата

$$P_{1вх} = \frac{P_{1изх}}{\eta_{K1}\eta_5} \quad (13)$$

и

$$P_{2вх} = \frac{P_{2изх}}{\eta_{K2}\eta_6} \quad (14)$$

Изходящата мощност  $P_{1изх}$  на веригата, задвижваща винта се изразходва за преодоляване на триенето между навивките на винта и гайката, следователно може да се запише изразът

$$P_{1изх} = M_B(\omega_B - \omega_G), \quad (15)$$

където  $\omega_B$  и  $\omega_G$  са съответните ъглови скорости на винта и гайката. Изходящата мощност  $P_{2изх}$  на веригата, задвижваща гайката осигурява транслационното движение

на винта и преодоляването силата на триене между шпонката и стените на канала във винта т.е. в сила е равенството

$$P_{2изх} = F_B V_B - F_f V_B, \quad (16)$$

След последователното заместване на (5), (6) и (7) в (16) се стига до изразът

$$P_{2изх} = M_B \left[ \frac{1}{r_{2B} \operatorname{tg}(\psi + \rho)} - \frac{1}{r_B} \cdot \mu \right] V_B. \quad (17)$$

За разглежданата схема при стъпка на винта  $p$  транслационната скорост  $-V_B$  се получава от равенството

$$V_B = \frac{p}{2\pi} (\omega_B - \omega_G), \quad (18)$$

чието заместване в (17) след съответните преобразувания води до изразът

$$P_{2изх} = M_B (\omega_B - \omega_G) \frac{p}{2\pi} \cdot \frac{1 - \operatorname{tg}(\psi + \rho)\mu}{r_{2B} \operatorname{tg}(\psi + \rho)}. \quad (19)$$

За по-нататъшните извеждания е удобно да се използва връзката

$$r_{2B} = \frac{p}{2\pi \operatorname{tg} \psi}, \quad (20)$$

като след заместване на (20) в (19) и коректни съкращения се получава

$$P_{2изх} = M_B (\omega_B - \omega_G) \cdot \frac{[1 - tg(\psi + \rho)\mu] \eta_g \psi}{tg(\psi + \rho)}. \quad (21)$$

След заместване на (15) и (21) съответно в (13) и (14) за входящите мощности в двете кинематични вериги се получава изразите

$$P_{1ex} = \frac{M_B (\omega_B - \omega_G)}{\eta_{K1} \eta_5} \quad (22)$$

и

$$P_{2ex} = M_B (\omega_B - \omega_G) \cdot \frac{[1 - tg(\psi + \rho)\mu] \eta_g \psi}{tg(\psi + \rho) \eta_{K2} \eta_6}. \quad (23)$$

От (22) и (23) за коефициентът на разпределение на мощностите-  $q_2$  се стига до релацията

$$q_2 = \frac{P_{2ex}}{P_{1ex}} = \frac{[1 - tg(\psi + \rho)\mu] \eta_g \psi \cdot \eta_{K1} \eta_5}{tg(\psi + \rho) \eta_{K2} \eta_6}. \quad (24)$$

При известни коефициенти на полезно действие на механизмите в паралелните вериги, коефициент на разпределение на мощностите -  $q_2$ , коефициент на триене -  $\mu$ , ъгъл на триене -  $\rho$  и ъгъл на винтовата линия-  $\psi$ , тяхното последователно заместване в (12) ще даде изразът

$$\eta_{об} = \frac{\eta_{K1} \eta_5 \eta_{K2} \eta_6 \{tg(\psi + \rho) + [1 - tg(\psi + \rho)\mu] \eta_g \psi\}}{\eta_{K2} \eta_6 tg(\psi + \rho) + \eta_{K1} \eta_5 [1 - tg(\psi + \rho)\mu] \eta_g \psi}, \quad (25)$$

по който се изчислява общият коефициент на полезно действие на разглеждания механизъм-  $\eta_{об}$ . При конкретните стойности на по-горе посочените параметри се получава с точност до петият знак  $\eta_{об} = 0,81036$ , което ни дава право да определим за КПД на затвореният диференциален винтов механизъм с кинематична схема на фиг.1 -  $\eta_{об} = 0,81$ .

#### 4.ИЗВОДИ

## MECHANICAL EFFICIENCY OF CLOSED DIFFERENTIAL SCREW MECHANISM

Kostadin STOICHKOV<sup>1</sup> Todor TODOROV<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Theory of mechanisms and machines, Technical university-Sofia, Bulgaria  
e-mail: [kks@tu-sofia.bg](mailto:kks@tu-sofia.bg)

<sup>2</sup>Theory of mechanisms and machines, Technical university-Sofia, Bulgaria  
e-mail: [tst@tu-sofia.bg](mailto:tst@tu-sofia.bg)

От настоящата работа може да се направи заключението, че освен възможността за реализиране на много големи предавателни отношения затворените диференциални винтови механизми имат и достатъчно висок КПД за успешно прилагане в практиката. Редно е също така да се отбележи, че тези качества се постигат с използването в схемата на механизма на относително евтини и лесни за изработка звена – обикновени зъбни колела, винтове и гайки. При реализиране на предавателни отношения съизмерими с това на разглеждания механизъм, механични системи съставени само от последователно свързани механизми (напр. два червячни редуктора и една винто-гаечна предавка) достигат максимални стойности на КПД.-0,61, което е значително по-ниско от това на затворените диференциални механизми.

От всичко това може да се заключи, че затворените диференциални механизми с показаната тук структура, са най-подходящите механизми за прилагане в системи изискващи много високи предавателни отношения при малки габарити.

#### Литература

1. Стоичков К., Тодоров Т. Синтез на затворен диференциален винтов механизъм с голямо предавателно отношение и намалени габарити. Българско списание за инженерно проектиране, брой 7, февруари 2011г.
2. Константинов М., Вригазов А., Станчев А., Нелелчев И. Теория на механизмите и машините. Д.И. „Техника“ 1980.
3. Кожевников, С.Н. Теория механизмов и машин, Машиностроение, Москва 1969
4. Ковалев Н.А. Теория механизмов и детали машин. Высшая школа, Москва 1974



**Abstract:** The paper deal with the problems of the mechanical efficiency of closed differential crew mechanism with rotational input and translating output screw. The total efficiency is determined as the kinematic sketch is considered consisting of mechanisms in parallel connection. The dependencies between the total efficiency of the mechanisms connected in parallel are worked out. The dependencies of the efficiency of the system of the geometrical parameters of the screw-nut train which transforms rotational motion in translational one are worked out as well. The so evaluated efficiency is compared with these one of the other mechanisms with a similar kinematical capabilities.

**Keywords:** mechanical efficiency, mechanical system, closed differential mechanism.



## НОВЫЕ ТЕХНИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ДЛЯ СПАСЕНИЯ ЛЮДЕЙ ПРИ ЛИКВИДАЦИИ ПОСЛЕДСТВИЙ ЧРЕЗВЫЧАЙНЫХ СИТУАЦИЙ

Эдуард СМОЛЯНИЦКИЙ<sup>1</sup> Пётр ПОБЕГАЙЛО<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ООО «МАШКОМПЛЕКТЭКСИМ», Россия

<sup>2</sup>ИМАШ имени А.А. Благонравова РАН, Россия

email: [petrp214@yandex.ru](mailto:petrp214@yandex.ru)

**Резюме:** В работе представлены новые технические решения для спасения людей при ликвидации последствий чрезвычайных ситуаций. Описаны концепция, назначение и область применения многофункциональной мобильной машины, а также технологии и технические средства проведения работ.

**Ключевые слова:** спасение людей, чрезвычайная ситуация, многофункциональная мобильная машина

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В России на сегодняшний день нет оптимального технического средства, предназначенного для ликвидации последствий чрезвычайных ситуаций (ЧС) [1 – 3 и др.].

Как показывает опыт ликвидации ЧС, связанный с разбором завалов от разрушенных зданий и сооружений, а также своевременным разрушением их остатков или фрагментов для спасения людей, эффективность таких работ должна оцениваться отношением количества спасенных жизней к общему числу заблокированных людей и определяться только длительностью пребывания пострадавших под завалами [3 – 7 и др.].

Указанное время, характеризующее быстроту действия процесса спасения людей, складывается из продолжительности следующих работ по:

- доставке специализированной машины для спасения пострадавших к месту ЧС;
- поиску местонахождения пострадавших;
- проникновению к заблокированным людям;
- высвобождению заблокированных людей и их эвакуации, а также по доставке пострадавших в пункты медицинской помощи.

В настоящей работе кратко описана многофункциональная мобильная машина<sup>1</sup> (МФММ), при использовании которой время выполнения каждого из отмеченных этапов спасательных работ может быть минимизировано:

- к месту ликвидации последствий ЧС она может быть доставлена воздушным, железнодорожным или автомобильным транспортом, а может доехать своим ходом с максимальной скоростью до 100 км/ч;

- обследование района бедствия начинается спасателями МЧС непосредственно с момента прибытия машины и её сопровождения на объект и проводится параллельно с группами спасателей, оснащенных комплектами ручного механизированного инструмента, осуществляющих проникновение к пострадавшим, находящимся под завалами, их деблокирование и перемещение при необходимости в пункты медицинской помощи;

- зона действия рабочего оборудования (РО), а также силовые и скоростные характеристики исполнительных механизмов машины обеспечивают (с одной позиции) разборку завалов высотой до 12 м не более чем за сутки. Производительность машины – не менее 1000 т/ч, расчетная грузоподъемность – от 6 до 25 т, продолжительность технологического цикла работы – не более 30 с.

В настоящее время ни в России, ни за рубежом машины такого технического уровня и возможностей нет.

### 2. НАЗНАЧЕНИЕ И ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ МФММ

Машина предназначена для комплексной механизации (с элементами автоматизации) энергоёмких работ с удалённой зоной действия

---

<sup>1</sup> МФММ разработана группой конструкторов ООО «МАШКОМПЛЕКТЭКСИМ».

РО с большим грузовым моментом, к которым относятся следующие операции, проводимые при ликвидации последствий ЧС:

- тушение пожаров в высотных зданиях со спасением людей;
- устройство проездов в завалах, прокладка колонных путей, создание заградительных полос, рытьё котлованов, разработка траншей и галерей вдоль стен сооружений и зданий, обследование и ремонт (восстановление) мостов;
- обследование района разрушения и разбор завалов с одновременным спасением людей.

Кроме того, МФММ может эффективно использоваться на таких работах, как:

- снос зданий и сооружений;
- планирование земельных участков протяженностью до 20 м с уклоном к горизонту от плюс 70 до минус 90 градусов, а также сооружения вертикальных и наклонных колодцев длиной до 30 м;
- рытьё оросительных каналов и очистка как их, так и русел рек;
- проведение антитеррористических мероприятий.

### **3. ТЕХНОЛОГИИ И ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ПРОВЕДЕНИЯ РАБОТ**

Все перечисленные виды работ должны выполняться одной и той же МФММ, РО и рабочие органы которой в данном случае можно назвать многофункциональным технологическим комплексом (МТК).

МТК МФММ должен иметь возможность оперативной замены одного рабочего органа на другой. Рабочие операции, связанные с подъёмом разрушенных фрагментов, должны осуществляться без их ручной строповки. Гидропривод технологического оборудования МФММ должен обеспечивать требуемое совмещение операций при выполнении заданного вида работ.

#### **3.1 Тушение пожаров и спасение людей при возгорании верхних этажей зданий и сооружений**

Для выполнения таких работ МФММ со штатным МТК оснащается дополнительным бортовым гидравлическим манипулятором (например, F530AXP.26 L314), имеющим вылет до

26 м при грузоподъемности 815 кг. Благодаря такой комплектации машина может проводить работы по тушению пожаров и спасению людей на высоте до 50 м. (рис.1).

С целью повышения эффективности проведения работ по пожаротушению и защиты бойцов от отравления угарным газом, ожогов и ушибов предусматривается использование многофункционального герметизированного, теплоизолированного пожарно-спасательного модуля – капсулы (рис. 2) для размещения 3 – 4 спасателей (первое назначение капсулы). Капсула оборудована фильтрующим устройством с внешним воздухозаборником и современными средствами пожаротушения, например, агрегатом высокого давления (АВД) группы компании РВК-ТЕХ.

Процесс пожаротушения таким агрегатом с помощью производимого им водяного тумана достаточно полно использует качества воды. Агрегат не заливает огонь, а, используя высокую способность энергопоглощения водяного тумана, создаёт негорючую внешнюю среду. Чем выше температура горения, тем эффективнее процесс тушения. Высокую эффективность пожаротушения гарантирует не заливание очага горения большим количеством воды, а её высокие температура и давление, ведущие к образованию водяного тумана, обеспечивающие поглощение энергии горения. АВД стационарно закреплён в капсуле, работает автономно от двигателя и укомплектован баком для воды вместимостью 100 – 200 л, барабаном со специальным пожарным рукавом длиной 60 – 90 м, на конце которого закреплён быстросъёмный ствольный элемент для распыления воды.

Капсула (смотри рис. 2) снабжена пультом управления перемещением, т.е. РО машины. Передняя часть капсулы выполнена в виде клина с усиленной металлоконструкцией, способствующей её проникновению внутрь здания через оконные проёмы (смотри рис. 2). Капсула имеет две двери. Через одну из них (переднюю) спасатели МЧС входят и выходят при проведении рабочих операций и поиске пострадавших, а через вторую – эвакуируют людей с помощью эластичного спасательного рукава.

#### **3.2 Устройство проездов**

Одним из основных последствий землетрясений и техногенных катастроф является практически полная остановка транспорта на автотрассах и подъездных путях вследствие образовавшихся завалов и разрушений.

Для проделывания проходов и проездов в завалах МФММ должна быть оснащена различными рабочими органами:

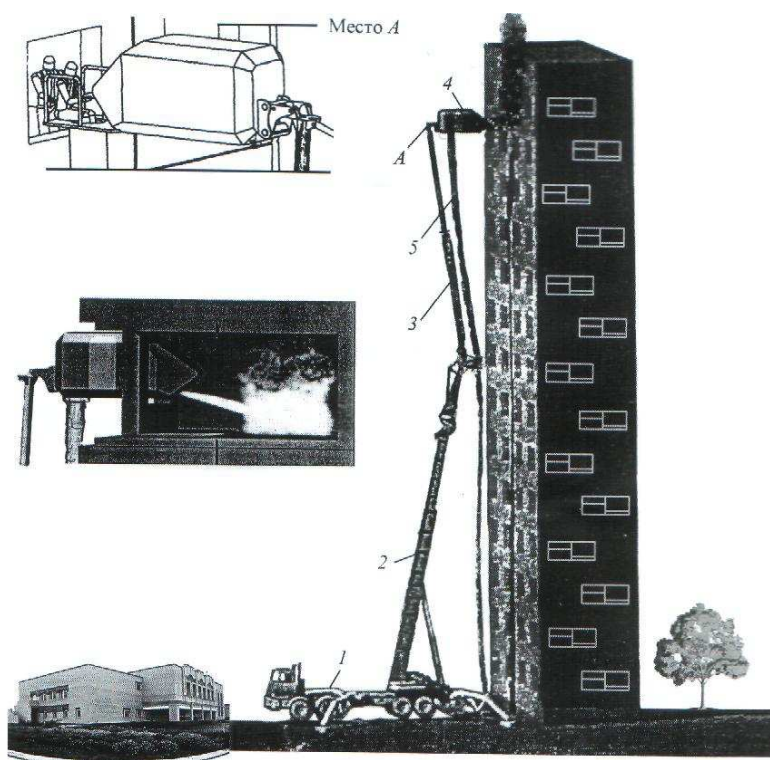


рис.1 Тушение пожара и спасение людей с верхних этажей высотного дома: 1 – МФММ; 2 – МТК; 3 – удлинитель; 4 – пожарно-спасательный модуль; 5 – рукав эвакуации пострадавших

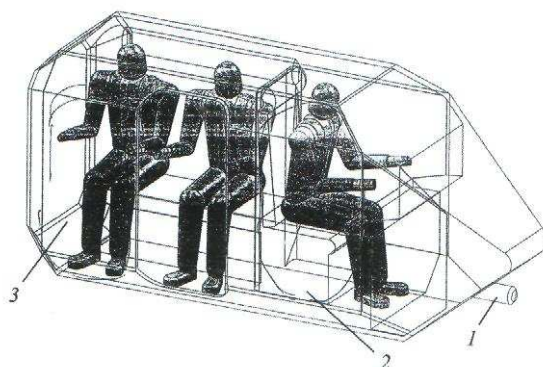
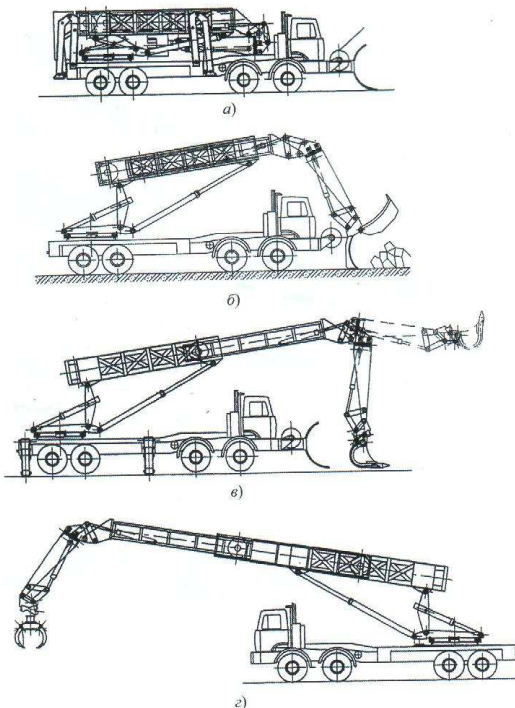


рис. 2 Пожарно-спасательный модуль: 1 – АВД; 2 – дверь кабины спасателей; 3 – проём для эвакуации пострадавших

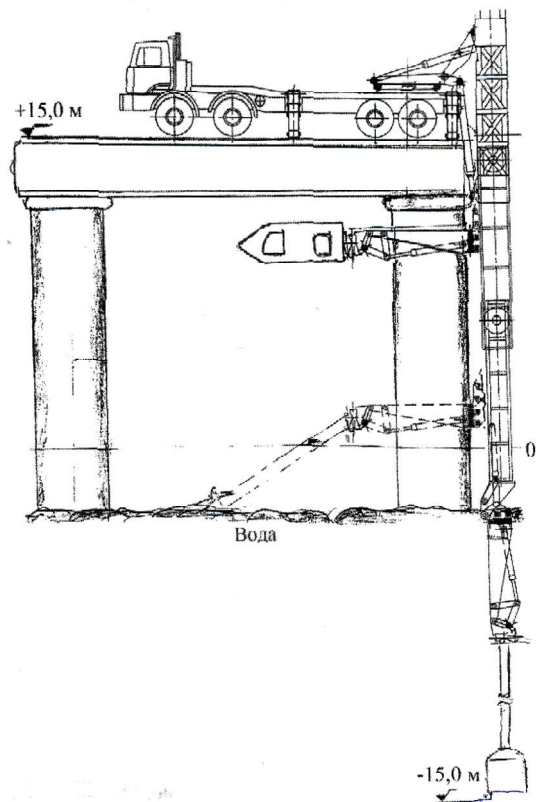
- поворотным бульдозерным отвалом, который удаляет с проезжей части дороги на обочину лёгкие и мелкие фрагменты разрушения: кирпичи, изделия из дерева, части мебели и жилищного оборудования, разрыхлённого строительного мусора и т.п. (рис. 3 а);
- комбинированным погрузочным ковшом вместимостью до  $4 \text{ м}^3$ , способным очистить дорожную проезжую часть от сыпучих материалов (рис. 3 б);
- экскавационным ковшом РО прямой или обратной лопаты вместимостью  $2 - 2,5 \text{ м}^3$  для удаления тяжёлых вязких грунтов с проезжей части дороги либо на её обочину, либо с погрузкой в автотранспортные средства, размещаемые уже на очищенной проезжей части дороги сзади машины (рис. 3 в);
- мощным захватом для удаления с проезжей части дороги отдельных фрагментов разрушений массой до  $25 \text{ т}$  (рис. 3г).



**рис.3** МФММ, оборудованная различными рабочими органами, необходимыми для проделывания проездов и проходов: а – поворотным бульдозерным отвалом; б – комбинированным погрузочным ковшом; в – экскавационным ковшом; г - захватом

### 3.3 Обследование и восстановление мостов

В перечень работ по ликвидации последствий ЧС входит также обследование, ремонт или восстановление мостовых сооружений, расположенных в районе бедствия. Если после визуального осмотра надводной части строения моста не было обнаружено явно выраженных мест разрушений, то проводится обследование нижней части пролёта моста и его опорных элементов в надводной и подводной частях. Осмотр надводной части моста осуществляется с применением штатного РО МФММ, бортового манипулятора-удлинителя и капсулы. Это же оборудование используется и для доставки водолазов к подводной части моста (рис. 4).



**рис.4** Обследование и восстановление мостов

### 3.4 Обследование района разрушения и разбор завалов с одновременным спасением людей

На рис.5 показано второе назначение капсулы - оперативное обследование района разрушения.



Перемещаясь в управляемой капсуле, спасатели МЧС могут оперативно определять места для проделывания в завалах проходов для техники и её оптимальной расстановки, а также места, удобные для проникновения внутрь завалов, и возможного скопления пострадавших, очагов горения и возможных новых возгораний, объёмы

и виды восстановительных работ и др. Спасатели будут находиться в капсуле, смонтированной на штатном удлинителе 2 многофункционального РО 3 машины. При этом радиус поворота может достигать 50 м, а грузоподъемность машины должна быть не менее 1000 кг.

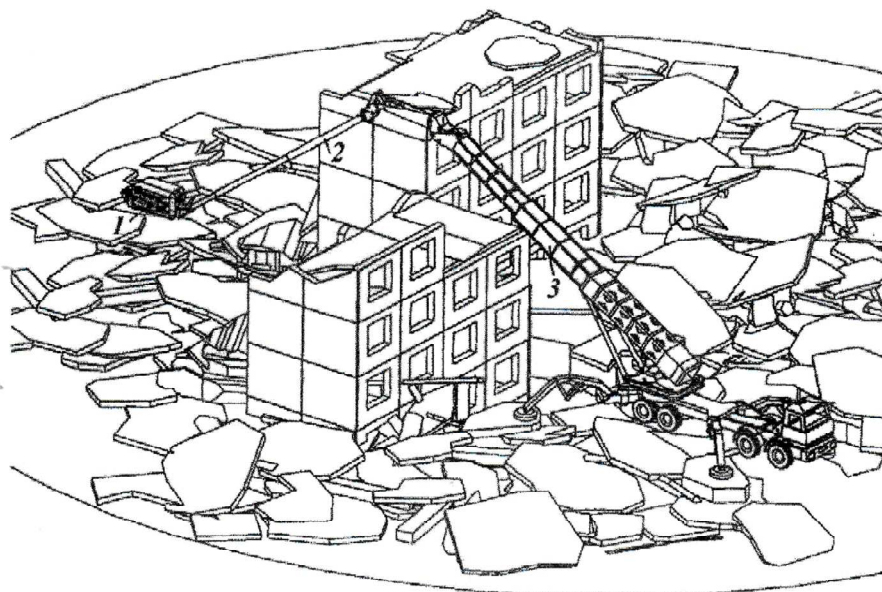


рис.5 Обследование разрушенных зданий и сооружений: 1 - капсула; 2 – удлинитель; 3 – МТК

Параметры расчётного завала были выбраны на основе анализа структуры завалов, образующихся при разрушении 12-этажных железобетонных строений, характеризующихся нагромождением обломков бетонных конструкций, связанных между собой стальными балками, арматурой и трубами. В соответствии с этим расчётные габаритные размеры завала составили 84x26x12 м, максимальные габаритные размеры фрагментов – 6x3x0,3 м, а максимальная масса фрагмента и завала – соответственно 25 и 25000 т.

После завершения работ по обследованию завалов необходимо всех пострадавших, обнаруженных на нём или вблизи его, доставить в капсулу и в ней переместить к автотранспорту скорой медицинской помощи, это – третье назначение капсулы.

После удаления пострадавших с поверхности завала быстросъёмными устройствами капсула и удлинитель отсоединяются от монтажной плиты

РО и к ней присоединяется захват грузоподъемностью 10 т, с помощью которого удаляются крупногабаритные фрагменты разрушенных зданий или сооружений, а также осколки различных габаритных размеров и массы. Сначала с использованием захвата, далее с помощью грейфера, а затем посредством погрузочного или экскавационного ковша прокладываются траншеи или галереи вдоль стен здания для формирования отверстий или лазов, необходимых для спасения пострадавших, оказавшихся под завалами.

На первом этапе разбора завала (проведение грузоподъемных работ), когда внутри его еще могут находиться люди, необходимо использовать ручной механизированный аварийно-спасательный инструмент (гидравлический), с помощью которого выполняются следующие работы, позволяющие проникнуть к заблокированным пострадавшим:

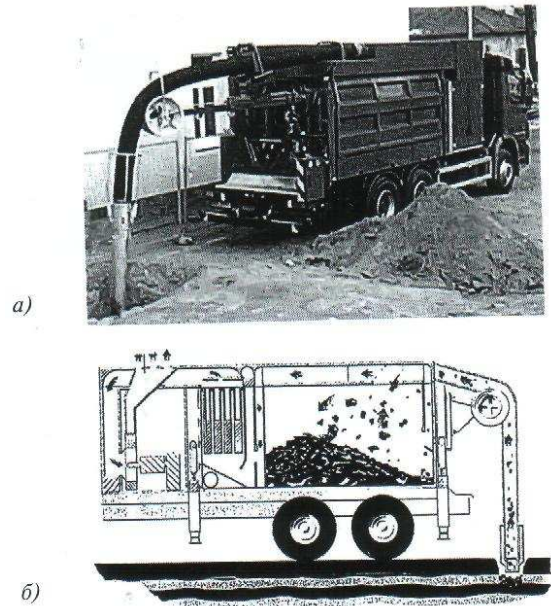
- удаление тяжёлых железобетонных плит, балок и других конструкций от разрушенных объектов;
- подъём со смещением фрагментов разрушения;
- перемещение бесформенных, неудобных для захвата тяжёлых обломков при проделывании проходов и лазов;
- горизонтальное перемещение тяжёлых плит или их обломков по основанию площади места разрушения;
- резка арматуры и других металлических связей в ограниченном пространстве для расширения формируемых проходов;
- подъем тяжёлых обломков и других фрагментов завала на высоту, превышающую перемещения инструмента, и их фиксация;
- расширение стыков, отверстий, щелей в металлических и строительных конструкциях разрушенных объектов;
- выдавливание дверей и проёмов, а также пустот в плитах.

При проведении этих работ может одновременно участвовать до шести групп спасателей МЧС. В качестве источников гидравлической энергии, используемой в ручном механизированном инструменте, могут применяться как штатные (автономные) гидравлические станции, так и насосная станция гидросистемы МФММ.

Удаление измельчённых и сыпучих материалов из мест завала, в которых могут находиться засыпанные пострадавшие, должно проводиться послойно. При этом толщина снимаемого слоя определяется гарантированным отсутствием живых людей или тел погибших.

При деблокировании пострадавших из завалов, заполненных мелкодроблёнными материалами, перспективно использование вакуумных экскаваторов типа MTS (рис. 6), разработанных по запатентованной технологии Cyclon airstream. Это автономные мобильные агрегаты, выполняющие все функции, связанные с раскапыванием: вскрытие грунта, удаление и транспортировка. Обыкновенным всасыванием удаляются различные твёрдые и сыпучие, влажные и сухие материалы, жидкости и газы. Это может быть грязь, песок, глина, гравий, влажная земля, пыль, вода, щебень, осколки и даже камни или другие крупные и тяжёлые объекты массой до 40 кг и

размером до 250 мм. Основная область использования мобильных вакуумных экскаваторов, оборудованных заборным рукавом, турбинами, создающими транспортирующий поток разреженного воздуха, контейнером сбора удалённых материалов, фильтровальными камерами и другими агрегатами – городское строительство и коммунальное хозяйство.



**рис.6** Внешний вид (а) и принципиальная схема (б) мобильного автономного вакуумного экскаватора

Для использования такого принципа экскавации грунта при ликвидации последствий ЧС разработано сменное РО, обеспечивающее вакуумную экскавацию грунта при разборке завалов в местах возможного обнаружения людей. Оно содержит (рис. 7) приёмный рукав с заборным устройством, вакуумные насосы, получающие вращение от гидромоторов, подключенных к гидросистеме машины и лоток для удаления продуктов экскавации.

При обнаружении и освобождении пострадавших необходимо, прежде всего, выявить всех ещё живых и оказать им первую медицинскую помощь, и если возможно, установить с пострадавшими речевой контакт. С помощью медработников привести пострадавших в состояние,



возможное для их транспортирования (своим ходом, с посторонней помощью или на носилках).

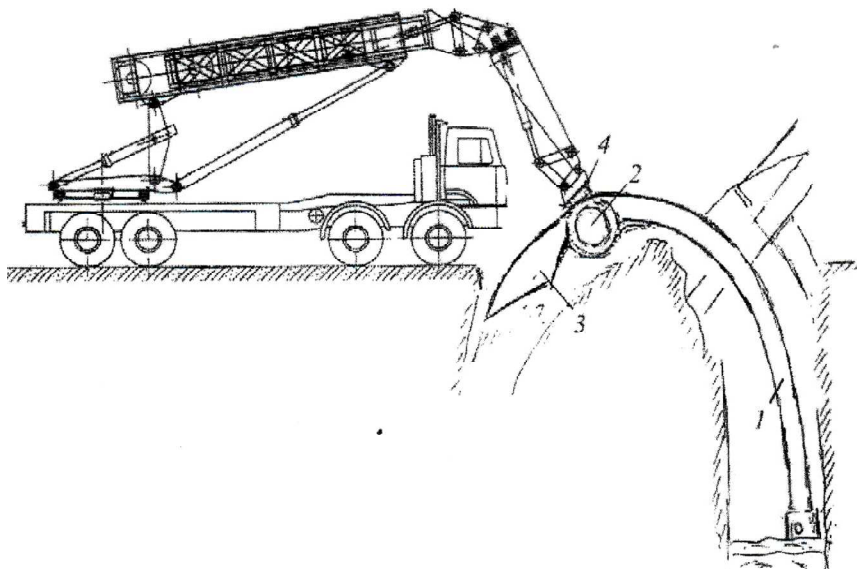


рис.7 РО для вакуумной экскавации грунта: 1 – заборный рукав; 2 – вакуумный насос с приводом от гидромотора; 3 – сливной лоток; 4 – быстроразъемное устройство (адаптер)

Из мест обнаружения пострадавшие в специальных люльках, установленных на вышках (высотой подъема не менее 15 м), подаются к машинам скорой медицинской помощи.

Разбор завала после проведения всех спасательных работ предусматривает последовательное выполнение следующих операций:

- массовое удаление автономных крупногабаритных фрагментов разрушения массой от 6 до 25 т;
- разрушение, разъединение и последовательное удаление негабаритных элементов разрушенных объектов;
- удаление мелкодробленых и сыпучих материалов;
- разборка и удаление завалов в подвальных строениях;
- обратная засыпка неровностей поверхности площадки ликвидированного завала;
- планирование поверхности.

Параметры назначения существующих и перспективной машин, предназначенных для комплексной механизации тяжёлых, энергоёмких, монтажно-демонтажных, экскавационных, пла-

нировочных и опасных работ с удалённой зоной действия рабочего органа, приведены в таблице 1.

Для обоснования принятых параметров назначения элементов РО МФММ на рисунке 8 приведена габаритная высота поперечного сечения расчётного завала, который можно эффективно ликвидировать с помощью этого технического средства. Разброс фрагментов и осколков объекта разрушения зачастую оказывается больше расчётного, поэтому на завале необходимо выбрать предпочтительное место установки машины, где следует расчистить площадку шириной и глубиной до 10 – 12 м и установить на неё машину (см. рис.8, место А).

Как видно из того же рисунка, такое позиционирование машины обеспечивает эффективное проведение работ по разборке завала за счёт использования сменного РО, например, захвата, гидроразрывника, крушара или ковша. На рис. 9 приведена зона действия ковша при разборке завалов ниже уровня стоянки машины.

### 3.5 Снос зданий и сооружений

В настоящее время разрушение и снос строений высотой менее 20 м осуществляется такими

техническими средствами, как гидравлические  
экскаваторы, стреловые самоходные краны, пог-  
рузчики и др.

табл.1 Параметры назначения машин для работ с удалённой зоной действия рабочего органа

Параметр	Виды выполняемых работ			Значение параметра машины					
	А – снос зданий и сооружений	В – ликвидация последствий ЧС (разбор завалов со спасением людей)	С – экскаваторные, планировочные, грузоподъёмные и монтажные работы	Case 1488	Hitachi EH-171	Komatsu PC-300	Komatsu PC-400	KobeKO	Многофункциональная машина
<b>ЗОНА ДЕЙСТВИЯ РАБОЧЕГО ОРГАНА</b>									
Максимальная высота подъёма, м	24	16	8	12,8	9	20 <sup>1</sup>	24 <sup>2</sup>	19,6 <sup>4</sup>	24
Максимальная глубина копания, м	10	10	10	7,7 <sup>7</sup>	8,8 <sup>7</sup>			12 <sup>2</sup>	18
Максимальный радиус действия, м	12,5	25	25	12	12	41	12,2	18	25
Длина планируемого участка, м	–	8	16	–	–	–	–	–	10-17 <sup>3</sup>
<b>ГРУЗОПОДЪЁМНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ</b>									
Максимальный грузовой момент, т·м	150	150	80	65	70	70	90	400	150
Грузоподъёмность, т, на вылете:									
до 6 м		25	25	–	–	–	–	–	25
до 12 м	10	12,5	10-12,5	5	5	4	7	25	12,5
до 25 м	6	5	5	–	–	–	–	20	6
<b>СМЕННЫЕ РАБОЧИЕ ОРГАНЫ</b>									
<b>Гидравлическая лебёдка:</b> тяговое усилие, т захватываемость, м	15; 30 (св. крюке) 150	30 <sup>4</sup> 150	15/30 80	–	–	–	–	–	15/30 150
<b>Захваты:</b> усилие сжатия челюстей, т масса, т	12 –3	12 –3	12 –3	12 3	12 3	12 3	12 3	– 18	12 3
<b>Гидромотор:</b> энергия удара, Дж частота, Гц масса, т	9000 200 –2,1	9000 200 –2,1	9000 200 –2,1	9000 200 –2,1	9000 200 –2,1	9000 200 –2,1	9000 200 –2,1	–	9000 200 –2,1
<b>Универсальные ножницы<sup>5</sup></b> усилие сжатия, т масса, т диаметр перерезаемой арматуры, мм	620 3,5 До 50	620 3,5 До 50	620 3,5 До 50	620 3,5 До 50	620 3,5 До 50	620 3,5 До 50	620 3,5 До 50	–	620 3,5 До 50
<b>Отрезная машина для резки металла<sup>6</sup></b>									
<b>Ковши:</b> ёмкость, м <sup>3</sup> , ковша: экскаваторного грейферного планировочного погружного угол вращения ковша вокруг продольной оси стрелы, градус момент вращения, т·м	1,6-2,5 1,6-2,5 3 5-6 360°/кл 5-10	1,6-2,5 1,6-2,5 3 5-6 360°/кл 5-10	1,6-2,5 1,6-2,5 3 1,6-2,5 – – ±45° 5-10	1,8 1,8 – – – –	2,0 2,0 – – – –	2,0 2,0 – – – –	2,5 2,5 – – – –	– – – – – –	2-2,5 3,0 3,0 4-6 360°/кл (5-10)° с фиксацией в любом положении
<b>Комплект ручного спасательного инструмента (РСИ)</b>		Для комплекта РСИ при возможности одновременной работы 12 инструментов							Для комплекта РСИ при возможности одновременной работы 12 инструментов (6 инструментов на каждую сторону)
<b>Капсула спасателей:</b> ёмкость капсулы, чел. грузоподъёмность, т	– –	20 3	– –	– –	– –	– –	– –	– –	20 3
<b>ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О МАШИНЕ И ВОЗМОЖНОСТИ ЕЁ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ</b>									
Тип ходовой системы: колёсная – К/Т гусеничная – Г	К/Т	К/Т	К/Т	Г	Г	Г	Г	Г	К
Транспортная/рабочая скорость, км/ч	4/0,8	7/0,8	5/0,8	5/1,4	4	4	4	0,8	7/0,8
Мощность двигателя, л.с.	200-300	200-300	200-300	208	280	233	233	166	300
Конструктивная масса, т	–	–	–	46	36	41	39	50	46 <sup>7</sup>
Способ доставки к месту работы: трейлер – Т своим ходом – Х	Т/Х	Т/Х	Т/Х	Т	Т	Т	Т	Т	Х
Уровень проходимости	Низкий	Высокий	Низкий	Пыльный					
Виды работ				С	С	А, С	А, С	С	А, В, С

Примечания: 1. Рабочее оборудование для сноса зданий. 2. Рабочее оборудование обратной лопаты. 3. С совмещением операций. 4. При двукратной заправке. 5. Ножницы для разрушения бетона и резки металла. 6. Новые данные уточняются. 7. По необходимости. 8. Масса без рабочего органа.

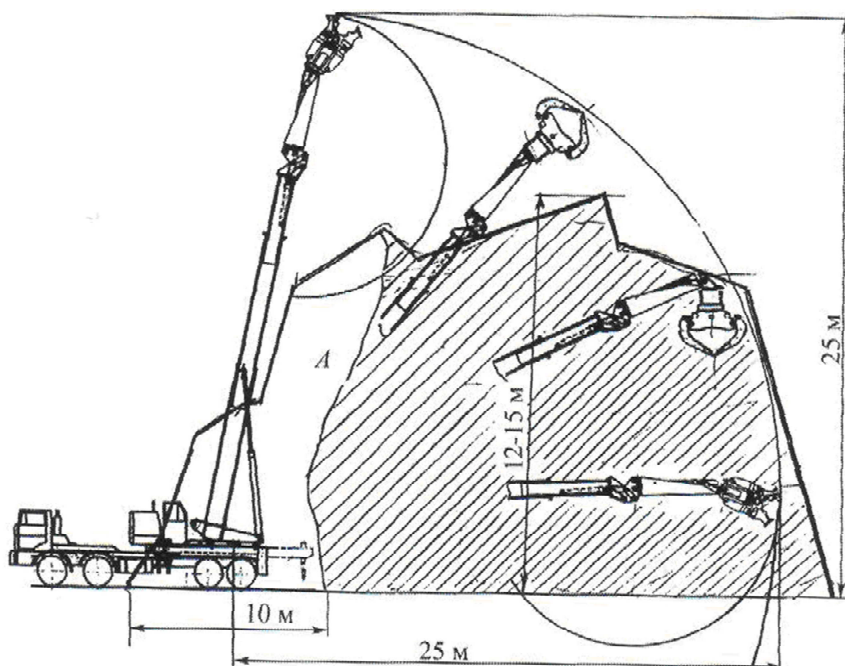


рис. 8 Сечение расчётного завала, устрояемого с помощью МФМ: А – первоначальная зона выработки с другой стоянки

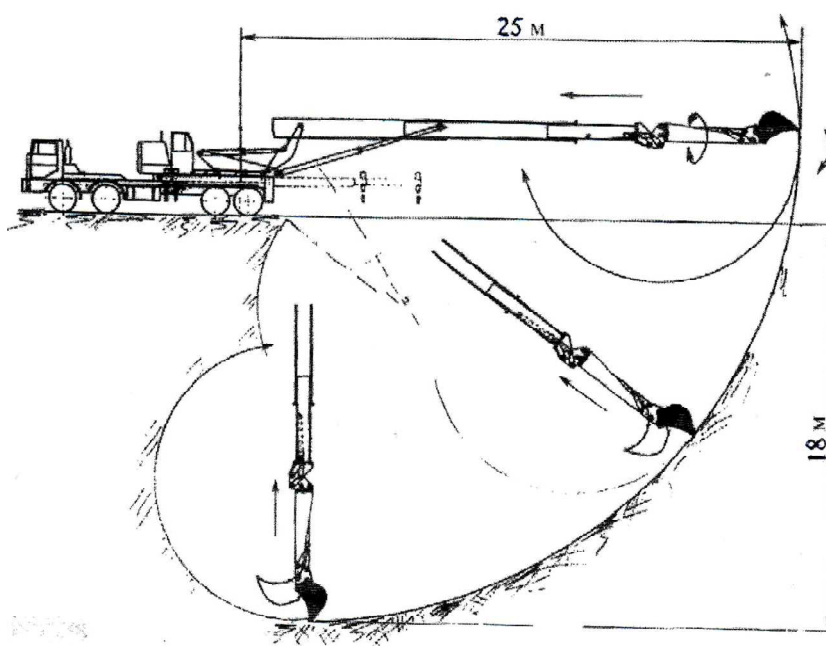


рис.9 Зона действия

Для сноса сооружений высотой более 20 м используются тяжелые гусеничные гидравлические экскаваторы массой более 40 т, оснащенные специальным трехзвенным РО. Известно [1 и др.], что технически возможным и экономически целесообразным следует считать снос здания (экскаватором, стоящим на земле) высотой не более 30 м.

Поскольку указанные технические средства имеют дефицит устойчивости, то используется единственно возможная технология ведения работ по разрушению – резка, разукрупнение с последующим разрушением и обрушение элементов строительных конструкций для их погрузки в автотранспорт и своевременной вывозки. Однако все эти процессы, во-первых, характеризуются высокими энергозатратами, во-вторых, связаны с увеличением объёма, сроков выполнения работ и существенным загрязнением внешней среды.

На рис. 10 приведена схема проведения работ аналогичного вида при использовании создаваемой МФММ, которая устанавливается относительно сносимого здания таким образом, чтобы траверса с захватными элементами, размещенная на рукояти РО, могла загружаться предварительно освобожденными от строения не разрушенными панелями перекрытий, стен и других элементов. Отсоединение демонтируемых панелей от сносимого здания осуществляется монтажниками, находящимися в капсуле (четвертое направление её использования), а между специализированным техническим средством и демонтируемым зданием (сооружением) может располагаться автотранспорт – панелевоз, в который укладываются подаваемые рукоятью РО демонтируемые элементы или крупные фрагменты.

### 3.6 Разработка траншей и котлованов

Использование создаваемой МФММ на работах по отрывке траншей и котлованов в строительстве экономически не оправдано, так как эти работы могут быть успешно выполнены серийными гидравлическими экскаваторами массой до 30 т. Наиболее рациональное её применение – механизация земляных работ при рытье котлованов в мерзлых и тяжёлых грунтах, при создании заградительных полос, устройстве проходов или проездов через траншеи, рвы и ка-

навы (рис.11). Техническая характеристика землеройных машин, используемых для эффективной реализации указанных работ, приведена в таблице 2.

табл.2 Технические характеристики

Марка машины	Производительность, м <sup>3</sup> /ч	Мощность двигателя, кВт (л.с.)	Размер траншеи, м		Масса, т
			Глубина	Ширина	
МАК-3	800	523 (710)	3,5	3,7	39,5
БТМ-4м	1200	618 (840)	1,5	1,1	47,8
МФММ	1000	294 (400)	до 7	3,0	50,0

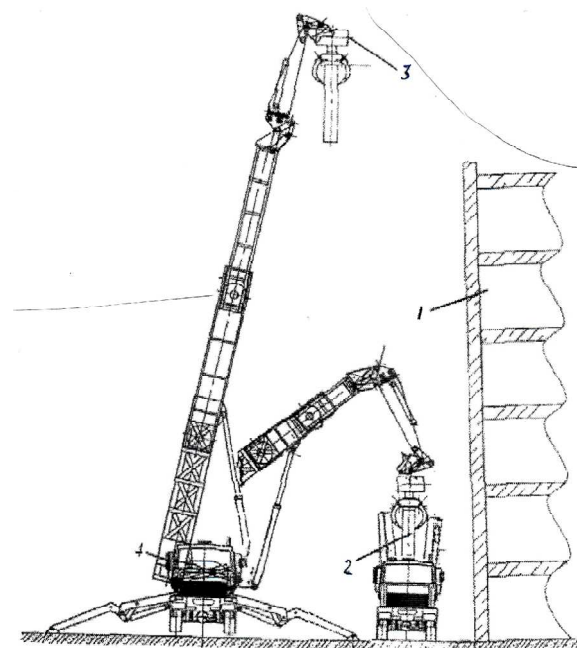


рис.10 Снос здания создаваемой МФММ путём предварительного освобождения и последовательного удаления не измельчённых панелей: 1 – сносимое здание; 2 – панелевоз; 3 – траверса с захватами для демонтажа и удаления панелей; 4 - МФММ



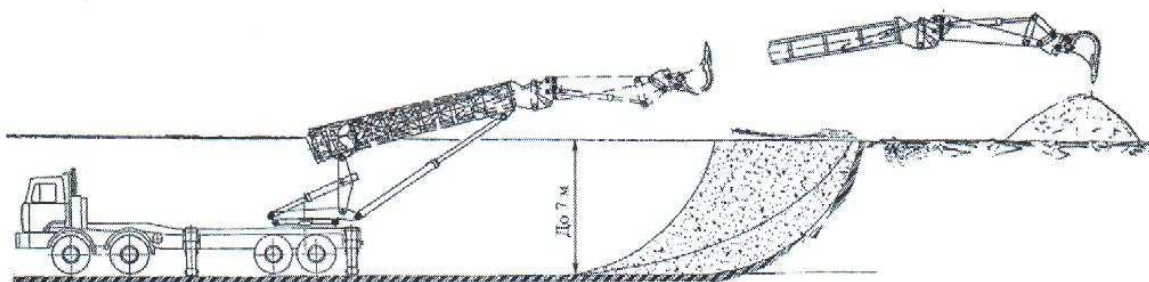


рис.11 Рытьё траншеи и котлована

### 3.7 Монтажные и планировочные работы в строительстве и мелиорации

На рис.12 приведена грузовысотная характеристика проектируемой машины, реализующая в пределах зоны действия рабочего органа постоянный грузовой момент, равный 150 тм. Поверхность, на которой должно обеспечиваться эффективное проведение планировочных работ, может быть либо горизонтальной, либо наклонена вниз по часовой стрелке на угол от 0 до 90 градусов, либо вверх – соответственно на угол до 78 градусов.

На рисунке 13 показана возможность планирования многофункциональной машиной горизонтальных поверхностей посредством возвратно-поступательных перемещений (втягиванием и выдвиганием) секционных элементов телескопической стрелы. При этом в зависимости от положения рукояти и ковша расстояние между планируемыми поверхностями может изменяться от минимально возможного (по системе управления машиной), определяемого несколькими сантиметрами, до 3 м и более. Такая возможность имеет важное значение при спасении людей во время разборки завалов.

Проведение работ по планированию поверхностей является одной из самых необходимых и трудоёмких технологических операций по строительству земляных сооружений. Это основания траншей и котлованов, полы и пандусы гражданских и промышленных строений, планировка площадей, дорог, откосов, насыпей, взлётно-посадочных полос и др. (городское и транспортное строительство).

Максимальный рабочий ход исполнительного механизма при планировании, который может быть реализован соответствующим оборудованием создаваемой машины, составляет не менее

20 м и не зависит от угла наклона обрабатываемой поверхности к горизонту. При этом первые 10 м достигаются только за счёт втягивания и выдвигания секций телескопической стрелы, а последующие 10 м – за счёт совместной работы механизмов поворота неподвижной стрелы, рукояти и ковша (рис.14). Примером проведения планировочных работ на крутых откосах с помощью МФММ при строительстве горной дороги приведен на рис.15.

Основные параметры МФММ приведены в таблице 3.

табл.3 Основные параметры МФММ

Грузовой момент, тм	Не менее 150
Максимальный радиус действия рабочего органа, м	Не более 25
Наибольшая высота подъема рабочего органа, м	Не более 25
Наибольшая глубина опускания, м	Не более 17
Ход рабочего органа при планировании, м	Не менее 20
Грузоподъемность на полном вылете, т	Не менее 6

Совокупность таких параметров (см. табл. 2, 3) позволяет использовать машину с высокой степенью эффективности на всех видах работ, связанных со строительством больших оросительных каналов за один проход и включающих в себя разработку полного профиля канала, планирование его откосов и днища, а также укладку и бетонирование облицовочных плит (рис. 16).

### 3.8 Сооружение вертикальных и наклонных колодцев

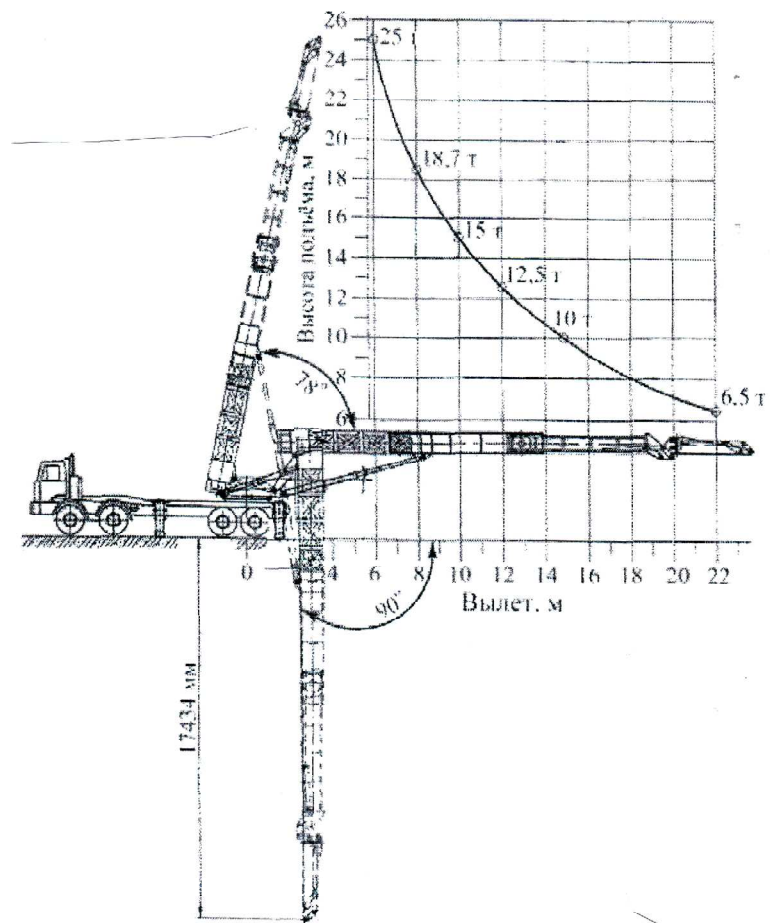


рис.12 Грузовысотная характеристика рабочей зоны МФММ

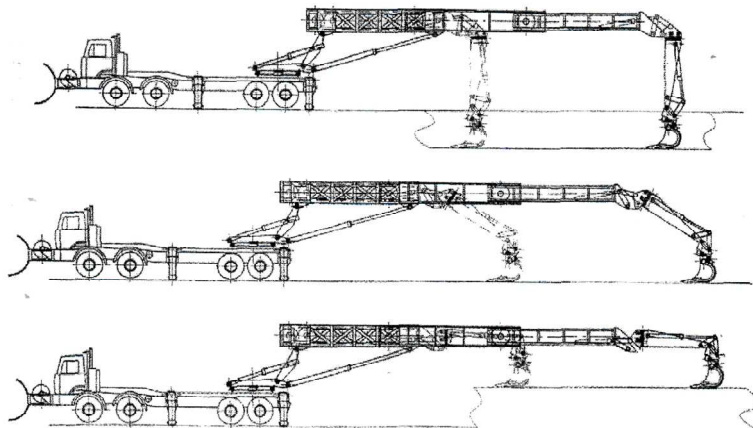
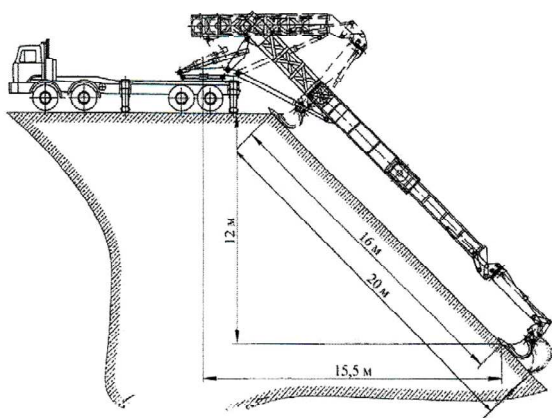
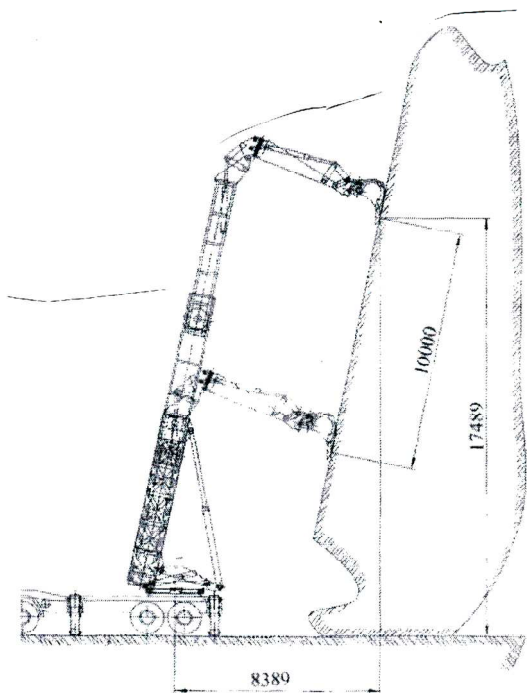


рис.13 Планирование параллельных, горизонтальных поверхностей



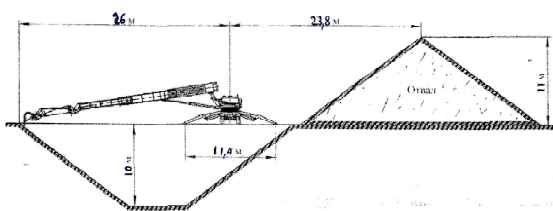
**рис.14** Планирование поверхностей движения рабочего органа параллельно оси стрелы и комбинационным совместным движением стрелы, рукояти и ковша.

Земляные работы при создании отдельно расположенных приямков, вертикальных колодцев и других выполняются рядом специальных современных высокопроизводительных буровых машин.

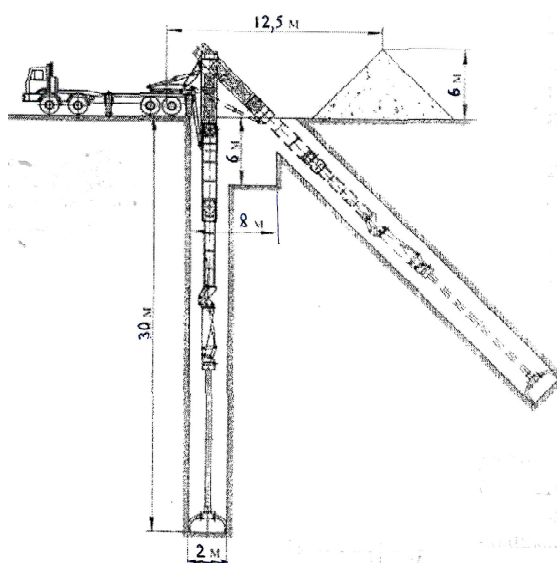


**рис.15** Планирование крутопадающих поверхностей

Перспективная МФММ в составе штатных РО и грейфера для рытья колодцев способна разрабатывать вертикальные и наклонные объекты указанного вида. При этом длина штанги (глубина колодца) ограничивается возможностью размещения грунта на поверхности рабочей площадки. Например, при штанге длиной 10 м глубина отрываемого колодца может достигать 30 м (рис. 17).



**рис.16** Разработка, планирование откосов и укладка плит на больших оросительных каналах за один проход



**рис.17** Разработка вертикальных и наклонных колодцев

Для прохождения рукояти в грунте предварительно отрывается приямок размером (длина × высота × ширина) 8х6х3 м.

Дополнительное назначение создаваемой в составе машины капсулы (рис. 18) связано с её использованием при проведении антитеррористических мероприятий. Так, для освобождения заложников, захваченных террористом или пре-

ступником, достаточно только информации об адресе события, по получении которой за считанные минуты МФММ прибудет к месту ЧП, а телескопическая стрела подаст капсулу и бойцов, находящихся в ней, через разрушенный оконный проём непосредственно к заложникам.

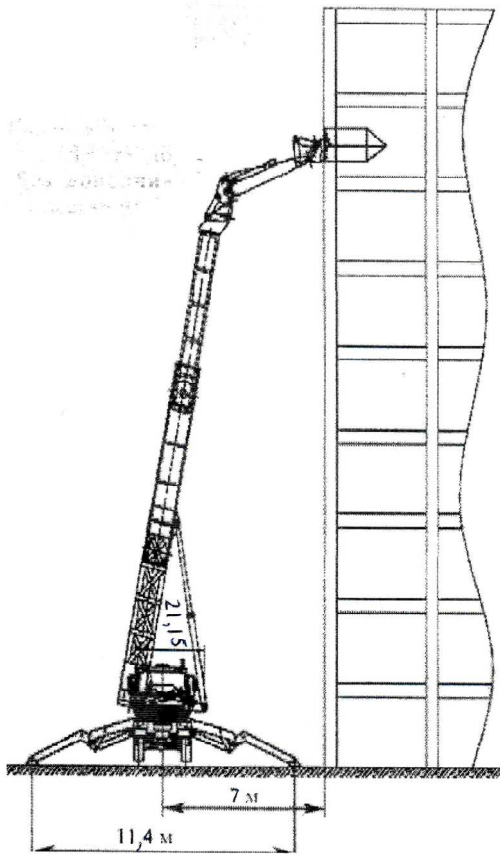


рис.18 Подъём капсулы на высоту до 25 м без дополнительной лестницы

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Создание предлагаемой МФММ, позволяющей минимизировать затраты времени, необходимые для деблокирования пострадавших, стало возможным благодаря использованию новых конструктивных решений, основными из которых являются:

- выносные опоры, позволяющие устанавливать машину на разновысотных опорных час-

тах рабочих площадок и перемещать её относительно них для преодоления непроходимых участков пути (например, рвов ограниченной ширины), а также размещать опорные элементы в виде «башмаков - противовесов» удлинённых аутригеров на несколько метров дальше задних колёс, используемых в качестве базы автомобильного шасси, что значительно повышает устойчивость машины;

- многофункциональный технологический комплекс, обеспечивающий большую зону действия (25 м) рабочего органа, а также возможность работы в её пределах с постоянным грузовым моментом 150 тм и грузоподъёмностью 6 – 25 т;

- размещение комплекта быстросъёмных рабочих органов и «башмаков – противовесов» в машине сопровождения;

- использование интеллектуальной адаптерной системы типа QilQuick, обеспечивающей одновременное автоматическое соединение сменного рабочего органа и гидрочастей его исполнительных механизмов с РО и с гидросистемой машины без выхода оператора из кабины. Длительность этой операции составляет 10 – 15 с, число одновременно соединяемых гидрочастей – до 10;

- использование подвижной кабины оператора улучшает обзор места работ и соответствующих рабочих зон, значительно повышая производительность за счёт сокращения времени цикла.

Технические решения реализуемого проекта создания МФММ защищены шестью патентами РФ, подготовлены необходимые материалы заявки на четыре предполагаемых патента. Отметим так же, что некоторую дополнительную информацию по МФММ можно найти на сайте <http://car-rescuer.ru/index.html>.

#### Библиографический список

1. Смоляницкий Э.А. Мобильный гидравлический робот-манипулятор с удалённой зоной действия рабочего органа // Строительные и дорожные машины, 2005. № 12. с. 2 – 7.
2. Смоляницкий Э.А. Уровень механизации земляных и сопутствующих работ // Строительные и дорожные машины, 2006. № 5. с. 2 – 9.
3. Грузинов В.Е., Смоляницкий Э.А. Многофункциональные машины-орудия с удалённой зоной дейс-



твия рабочего органа // Строительные и дорожные машины, 2009. № 1. с. 3 – 6.

4. Вагнер Е., Смоляницкий Э.А. Адаптерные системы для быстрой смены рабочего оборудования мобильных машин // Строительные и дорожные машины, 2009. № 12. с. 12 – 16.

5. Смоляницкий Э.А. Многофункциональная машина для спасения людей при ликвидации последствий чрезвычайных ситуаций. Часть 1 // Строительные и дорожные машины, 2010. № 7. с. 16 – 22.

6. Смоляницкий Э.А. Многофункциональная машина для спасения людей при ликвидации последствий чрезвычайных ситуаций. Часть 2 // Строительные и дорожные машины, 2010. № 8. с. 12 – 15.

7. Брыкин М.П., Смоляницкий Э.А. Многофункциональная машина для спасения людей при ликвидации последствий чрезвычайных ситуаций. Средства доставки // Строительные и дорожные машины, 2010. № 12. с. 17 – 23.

## NEW TECHNICAL SOLUTIONS FOR RESCUE OF PEOPLE IN EMERGENCY SITUATIONS

Eduard SMOLIANICKII<sup>1</sup> Petr POBEGAILO<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ООО "MASHKOMPLEKTEKSIM", Russia

<sup>2</sup>IMASH Blagonravov A.A., Russian academy of sciences, Russia

e-mail: [petrp214@yandex.ru](mailto:petrp214@yandex.ru)

**Abstract:** In the present paper are presented new technical solutions for rescue of people in emergency situations. Conception, purpose, field of utilization and technologies of multipurpose mobile machine are described.

**Keywords:** People rescue, emergency situations, multipurpose mobile machine



## XML МОДЕЛИРАНЕ НА ГЕНЕТИЧНИ АЛГОРИТМИ

Борис ТУДЖАРОВ<sup>1</sup> Васил ПЕНЧЕВ<sup>2</sup> Валентин ХРИСТОВ<sup>3</sup>

<sup>1</sup>катедра „Основи и технически средства за конструиране”, Технически университет - София, България  
e-mail: [bntv@tu-sofia.bg](mailto:bntv@tu-sofia.bg)

<sup>2</sup>катедра „Основи и технически средства за конструиране”, Технически университет - София, България  
e-mail: [vasil\\_penchev@tu-sofia.bg](mailto:vasil_penchev@tu-sofia.bg)

<sup>3</sup>катедра „Компютърни системи и технологии”, Югозападен университет "Н.Рилски" - Благоевград, България  
e-mail: [v\\_hristov@swu.bg](mailto:v_hristov@swu.bg)

**Резюме:** В работата се предлага разработването на *Web* базирана система за моделиране и калкулиране на генетични алгоритми. Направено е кратко описание на същността на генетичните алгоритми. Дефинирано е съдържанието на *XML* (eXtensible Markup Language) файл за моделиране на генетичните алгоритми за нуждите на предлаганата система. Представен е основния алгоритъм на системата и са уточнени технологиите за реализирането ѝ. Анализирани са приложимостта на системата (пояснена чрез пълно описание на съдържанието на *XML* файл за конкретен проблем). Представени са работни екрани от разработените експериментални модули.

**Ключови думи:** генетични алгоритми, интернет, XML

### 1. ВЪВЕДЕНИЕ

Вдъхновени от Дарвиновата теория за еволюцията, генетичните алгоритми са част от еволюционното програмиране, което е бързо разрастваща се област на изкуствения интелект.

Цел на настоящата работа е разработването на средство за работа с генетични алгоритми в *Web* среда, което да позволява решаването на различни задачи, без да изисква специална предварителна подготовка на потребителите (необходимо е само познаването на основните идеи и терминология на генетичните алгоритми).

При разработването на предложената система се предвиждат съответните интерактивни средства за моделиране на генетичните алгоритми. Използват се технологии, позволяващи адаптирането и интегрирането на разработката с други системи с конкретна насоченост, без да е необходимо допълнително преработване на модули от системата.

### 2. ГЕНЕТИЧНИ АЛГОРИТМИ

След своето зараждане през 50-те години изкуственият интелект създаде широка гама от методи, които намират все по-голямо приложение. В [1] са представени най-често използваните методи на изкуствения интелект, които са намерили приложение в практиката, сред които и генетичните алгоритми.

По-долу накратко са обяснени биологичните основи на генетичните алгоритми.

Пълното множество от генетичен материал (всички хромозоми) се нарича геном. Хромозомите се състоят от гени, блокове на ДНК, като всеки ген кодира конкретен протеин (може да се каже, че всеки ген кодира, различен белег, примерно цвят на очите). Алели се наричат възможните комбинации от стойности за отделния белег (напр. синьо и кафяво за цвета на очите). Всеки ген също така има свое място (определена позиция) в хромозомата.

При репродукцията, гените от родителите формират изцяло нова хромозома чрез рекомбинация (или кросинговер). Ново създаденото потомство след това бива подложено на мутация, т.е. елементи от ДНК се променят.

Приспособимостта на организма се измерва от успешността през неговия живот.

На [www.obitko.com](http://www.obitko.com) са представени някои основи на генетичните алгоритми [3].

Тези алгоритми се използват когато се преследва определен резултат (цел), а намирането на решение изисква относително голям времеви ресурс или в случаи, в които не е известно или няма решение. Алгоритъмът се стартира с множество от решения (представени от хромозоми с конкретна информация за гените) наречени начална популация. Съгласно тяхната жизнеспособност се избират решения, които да формират следващата популация (потомство).

На по-подходящите решения (решенията се сравняват от гледна точка на преследвания резултат/цел) се дават по-големи шансове при репродукцията. Очаква се новата популация да бъде по-добра от старата. Това се повтаря докато някакво условие (примерно: определен брой поколения или намиране на достатъчно добро решение) е удовлетворено.

Последователността при генетичния алгоритъм може да се представи по следния начин:

1) генерира се случайна популация от  $n$  хромозоми (решения на проблема);

2) изчисляване жизнеспособността  $f(x)$  на всеки хромозом  $n$  в популацията (по определена целева функция – наричана „фитнес функция“) и определяне на хромозомите с приоритет при създаване на следващата популация ( $m$  на брой,  $m < n$ );

3) създаване на нова популация чрез повтаряне на следните стъпки докато новата популация бъде завършена:

3.1) запазване на предварително определен брой  $m$  от най-добрите решения (съобразно тяхната жизнеспособност – стойности на фитнес функцията);

3.2) избиране на два родителски хромозома от  $m$  хромозомите;

3.3) кръстосване- вероятноностно се кръстосват родителите за да формират ново поколение (деца);

3.4) мутация- вероятноностно се мутират създадените нови хромозоми;

3.5) поставяне на новото поколение в новата популация (добавяне на  $n-m$  нови хромозоми и запълване на популацията);

3.6) заместване- използване на новогенерираната популация за по-нататъшното изпълнение на алгоритъма;

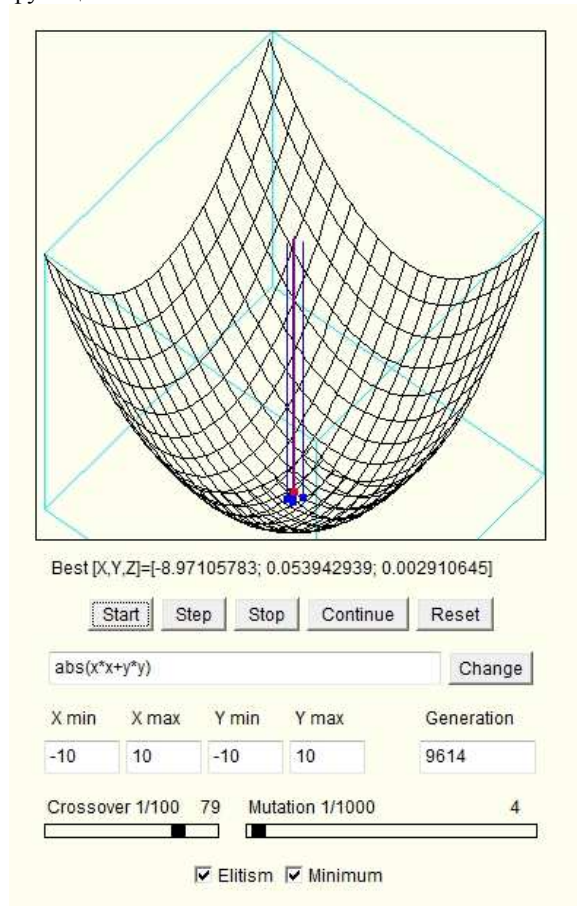
4) проверка- ако крайното условие е удовлетворено, спиране, и връщане на най-доброто решение;

5) цикъл- отиди на стъпка 2).

В [3] са представени и няколко интерактивни Java аплети демонстриращи работата на генетичните алгоритми. Един от аpletите е показан на фиг. 1.

За илюстриране на работата на генетичните алгоритми на фигурата по-горе е показано раз-

решаване на проблем - търсене на екстремум на функция.



Фиг.1 Пример за приложение на генетичните алгоритми ([www.obitko.com](http://www.obitko.com))

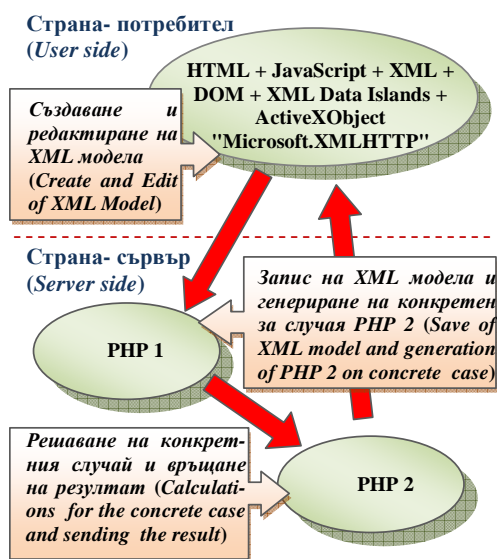
Някаква функция от вида  $z=f(x,y)$  е дадена и генетичният алгоритъм се опитва да намери минимума на функцията. Аpletът визуализира графиката на функцията (пространството на търсене) и решенията (посочени чрез вертикалните линии).

Представеният аplet позволява въвеждането от потребителя на различни  $z=f(x,y)$  функции, т.е. освен за демонстрация, може да служи и за решаване на проблеми с генетични алгоритми, при които фитнес функцията може да се представи като зависимост на два параметъра (т.е. хромозома с два гена), което значително ограничава функционалността му. Именно това ограничение на аpletа е свързано с идеята за реали-

зиране на калкулатора, предложен в работата – т.е. целта е да се реализира Web базиран пренастройваем калкулатор на генетични алгоритми без ограничение на броя на гените в хромозомата и с разширена функционалност относно описанието на фитнес функцията и другите параметри на алгоритъма, като брой хромозоми в популацията, поколения и т.н. (ограничение в случая са ресурсите на компютрите, на които ще се инсталира системата).

### 3. WEB БАЗИРАН КАЛКУЛАТОР НА ГЕНЕТИЧНИ АЛГОРИТМИ

Както вече беше подчертано цел на работата е реализиране на Web базиран пренастройваем калкулатор на генетични алгоритми с разширена функционалност. Основният алгоритъм на калкулатора следва стъпките от 1) до 5) представени по-горе. Предвижда се технологичната реализация на предложението да бъде, както е показано на фиг.2.



фиг.2 Технологии използвани при разработването на експерименталната система и реализирани функции

Използват се следните технологии:

- за реализиране на специализирания XML редактор (User Side) се използват: HTML, JavaScript, XMLDOM, XML Data Islands и ActiveXObject Microsoft.XMLHTTP [2,5,6,7];

- за запис на XML модела на сървъра и генериране на работен файл (Server Side), калкулиращ генетичния алгоритъм, се използва PHP [4];

- за извършване на калкулациите по зададения генетичен алгоритъм и изпращане на резултатите от пресмятанията на потребителя отново се ползва PHP .

Работата с Web базирания калкулатор, представен на фиг.2, се извършва в следната последователност:

1) потребителят създава описание на конкретния проблем (модел на генетичния алгоритъм), който се транспортира и съхранява във формата на XML файл;

2) по определени правила от изпратения XML файл на сървъра се генерира PHP файл за пресмятане на конкретния генетичен алгоритъм и се извършва пренасочване към генерирания файл, т.е. PHP1 чете XML файла и генерира PHP2 файл с име – името на отделния проект (генетичен алгоритъм);

3) изпълнението се пренасочва към генерирания PHP2 файл, който извършва изчисленията и генерира отговор към потребителя с резултите от пресмятанията, съгласно избраната от самия потребител конкретна форма.

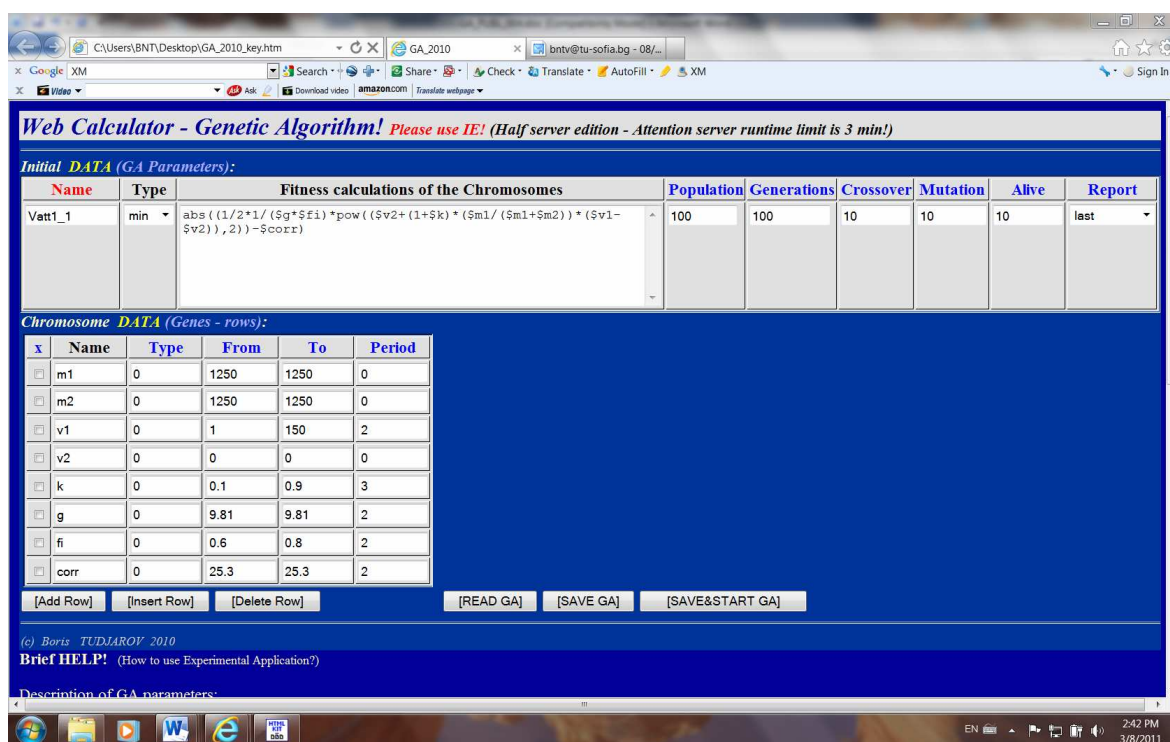
### 4. XML МОДЕЛ НА ГЕНЕТИЧЕН АЛГОРИТЪМ

Както беше посочено по-горе настоящата работа е посветена на XML моделирането на генетичните алгоритми – т.е. е пряко свързана със страната на потребителя и по-специално със съдържанието на XML модела и средствата за неговото създаване и редактиране.

Разработен е интерфейсен потребителски модул за изграждане на XML модела на генетичния алгоритъм. На фиг. 3 е показан работен екран на модула с информация за създаван персонален модел.

По-долу е изложено кратко описание на съответните полета при формиране описанията на параметрите на генетичния алгоритъм и хромозомите.

Описание на параметрите на генетичния алгоритъм:



фиг.3 Работен екран на потребителския модул за създаване и редактиране на XML модела

*Name* (Име) - име на проекта (под това име проектът се съхранява на сървъра);

*Type* (Тип) - минимум или максимум (вид изчисления при генетичния алгоритъм);

*Fitness calculations of the Chromosomes* (Фитнес функция на генетичния алгоритъм) - цел на генетичния алгоритъм. Например, ако целта на потребителя е намирането на решение (такава комбинация от стойности на гените) при което стойността на фитнес функцията, се равнява на определена предварително известна стойност (максимално се доближава до определена стойност) то в този случай може да се ползва запис на фитнес функцията от вида *abs*(функция - стойност) при указан тип "min".

*Population* (Население) - брой на хромозомите (индивидите);

*Generations* (Поколения) - брой поколения след които генетичния алгоритъм да спира и да се представят резултатите от изчисленията;

*Alive* (Живи) - брой на хромозомите (организмите) *m*, който „остават живи“ (запазване на предварително определен брой от най-добрите

решения), след извършване на т.нар. фитнес проверка;

*Crossover* (Кръстосване) - в случая показва колко броя гени, ще се унаследят от бащата по време на генерирането на нова хромозома (индивид) - останалия брой гени до попълването на общия им брой в хромозомата се унаследяват от майката;

*Mutation* (Мутация) – определя броя гени, които да мутират след образуването на новата хромозома;

*Report* (Отчет) - определя вида на отчета (в случая: дали в отчета да се включат получените най-добри резултати от всяко поколение или единствено резултатите от последното поколение).

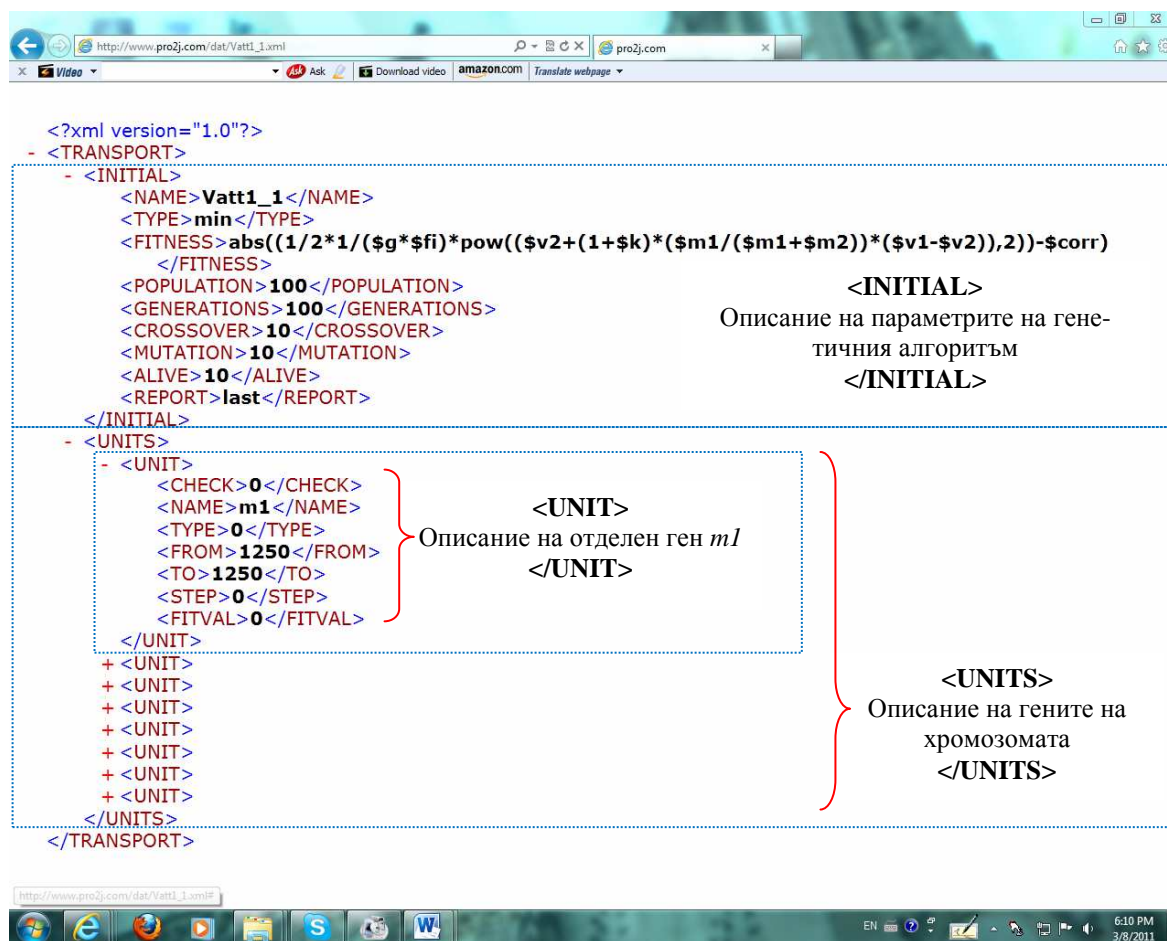
Описанието на фитнес функцията е съгласно правилата на *PHP*. Единственото изискване е променливите да започват с \$ и името да бъде име на един от гените, например ако гените са с имена GN1 и GN2, то израза  $\$GN1+\$GN2$  връща сумата на двата гена, а  $row(\$GN1,\$GN2)$  връща стойността на  $\$GN1$  на степен  $\$GN2$  и т.н. (виж [4]).



Описание на хромозомите (на гените в тях):  
*Name* (Име) - име на ген;  
*Type* (Тип) - вид на информацията за описание на гена (0 - цифрова);  
*From-To* (От-До) - задава границите за определяне на полето за търсене на решение за съответния ген (допуска се двете полета да бъдат с еднакви стойности, когато става въпрос за гени,

чиято стойност е предварително известна и трябва да остане непроменена при пресмятанята);

*Period/Step* (Място на десетичната запетая) - определя точността на пресмятане като показва броя на значещите цифри след десетичната запетая.



фиг.4 Съдържание на примерен XML файл – визуализиран чрез Internet Explorer

За илюстриране на съдържанието на XML модела, представен на фиг. 3 и 4, е използван елементарен експериментален пример, описващ едно от многобройните възможни приложения на генетичните алгоритми, а именно изследването на пътно-транспортни произшествия. При този пример се търси достоверна комбинация от място

на крайно положение на автомобил (претърпял произшествие) и механични характеристики на участващите в пътно-транспортното произшествие превозни средства (маси, скорости на движение, коефициенти на триене и еластичност на каросериите).

Означенията на гените в хромозомата на експеримента са както следва:

- $m1, m2$  - маси на участниците ( $m1$ - *constant*,  $m2$ -*constant*);
- $v1, v2$  - скорости на движение на участниците ( $v1$  - *variable*,  $v2$ -*constant*);
- $k$  - коефициент на еластичност на удара (коефициент на възстановяване) ( $k$ - *variable*);
- $g$  - земно ускорение ( $g$ - *constant*);
- $fi$  - коефициент на триене при движението на участника ( в случая е коефициент на триене при плъзгане) ( $fi$ - *variable*);
- $corr$  - координати на крайното положение на участника, чието движение изследваме ( $corr$ -*constant*).

### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Работата е посветена на създаването на *Web* базиран пренастройваем калкулатор на генетични

алгоритми с разширена функционалност. Избрани са подходящи за реализацията технологии и са разработени и представени отделни експериментални модули от системата. Дефинирано е съдържанието на *XML* файл за моделиране на генетични алгоритми..

#### Литература

1. **Попов Г.** Приложение на методите на изкуствения интелект при проектиране, планиране, производство и управление. Машини, технологии, материали, No 1-2007, София, р.23-29.
2. **support.microsoft.com** Посетен на 18.02.2011г.
3. **www.obitko.com** Посетен на 18.02.2011г.
4. **www.php.net** Посетен на 18.02.2011г.
5. **www.w3.org/XML** Посетен на 18.02.2011г.
6. **www.w3schools.com/html** Посетен на 18.02.2011г.
7. **www.w3schools.com/js** Посетен на 18.02.2011г.

## XML MODELING OF GENETIC ALGORITHMS

**Boris TUDJAROV<sup>1</sup> Vasil PENCHEV<sup>2</sup> Valentin HRISTOV<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Design fundamentals department, Technical university - Sofia, Bulgaria  
e-mail: [bntv@tu-sofia.bg](mailto:bntv@tu-sofia.bg)

<sup>2</sup>Design fundamentals department, Technical university - Sofia, Bulgaria  
e-mail: [vasil\\_penchev@tu-sofia.bg](mailto:vasil_penchev@tu-sofia.bg)

<sup>3</sup>Computer systems and technologies department, Southwest university "N.Rilski" - Blagoevgrad, Bulgaria  
e-mail: [v\\_hristov@swu.bg](mailto:v_hristov@swu.bg)

**Abstract:** Development of a Web-based system for modeling and calculation of genetic algorithms is proposed. A brief description of the nature of genetic algorithms is given. The content of XML (eXtensible Markup Language) file for modeling genetic algorithms for the needs of the proposed system is defined. The basic algorithm of the proposed system is represented and technologies for its realization are specified. The applicability of the proposed system is analyzed and explained by full description of the contents of a concrete XML file for a specific problem. Working screens of the developed experimental modules are represented.

**Keywords:** genetic algorithms, internet, XML



## АВТОМАТИЗАЦИЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИВОДОВ И РАБОЧИХ ПРОЦЕССОВ МАШИН ДЛЯ ЗЕМЛЯНЫХ РАБОТ

**Владимир ПАВЛОВ**

кафедра „Транспортные и технологические машины”, Сибирский федеральный университет – Красноярск, Россия  
e-mail: [pavlov\\_vp@list.ru](mailto:pavlov_vp@list.ru)

**Аннотация:** На основе схем замещения обоснован подход к автоматизации моделирования приводов и рабочих процессов машин для земляных работ. Соответствующие нелинейные функции вводятся в состав моделей посредством библиотеки. Рассмотрены примеры моделирования процесса разрушения мерзлого грунта и приводной системы с гидромеханическими элементами. Описание моделей приводится в виде схем замещения и текстовых файлов на входном языке PRANS.

**Ключевые слова:** модели, приводы, рабочие процессы, схема замещения, автоматизация моделирования.

### 1. ПРОБЛЕМА И ЕЕ СВЯЗЬ С НАУЧНЫМИ И ПРАКТИЧЕСКИМИ ЗАДАЧАМИ

Особенностью приводов, рабочих процессов и систем управления машин для земляных работ (как и других технологических машин) является физическая неоднородность используемых элементов: гидравлических, механических, электрических, пневматических, магнитных, тепловых. При автоматизации моделировании в объекте выделяются достаточно крупные элементы, рассматриваемые в виде неделимой единицы. Математической моделью технического объекта на макроуровне будет система однородных алгебродифференциальных уравнений. Для анализа таких систем применимы математические пакеты (*Matlab* и др.), специализированные пакеты инженерного анализа (*VisSim*, *ADAMS*, *MARS* и др.). В настоящей работе используется пакет автоматизированного проектирования динамических систем *PRANS* (разработчик – Киевский политехнический институт).

### 2. АНАЛИЗ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

Любой вид автоматизированного анализа выполняется по математической модели, формируемой автоматически на основе описания технического объекта средствами входного языка [1,2]. Описание должно содержать информацию, необходимую и достаточную для формирования

модели: элементный состав объекта, способ соединения элементов между собой, численные значения параметров. Описание составляется на основе схематического изображения объекта, которое вместе с принятой формой входного языка определяет способ представления объекта, наглядность и его функциональные возможности.

Главной особенностью рассматриваемой методологии является такое построение методов, при котором непосредственно проектировщик может активно участвовать в создании математической модели привода (или другого объекта), формулировке оптимизационной задачи, выборе метода ее решения и других работах, оперативно учитывая специфику конкретного объекта [3].

### 3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для получения математической модели сложного технического объекта, состоящего из нескольких физических подсистем, нужно:

- выделить в объекте однородные физические подсистемы, например механическую, гидравлическую, электрическую и т. д.;
- получить эквивалентные схемы каждой из подсистем;
- установить связи между подсистемами;
- сформировать математическую модель системы (этот этап формализован и может быть выполнен с помощью ЭВМ).

Известно несколько подходов к построению эквивалентных схем физически неоднородных объектов: графы синтеза, схемы замещения (в

которых структура цепи отражена пассивными компонентами  $R-L-C$  и активными –  $J-E$ ) [1,2].

В силу известных закономерностей многие компоненты цепей могут быть нелинейными. Например, гидравлическое сопротивление трубопровода зависит от расхода, сила резания грунта нелинейно зависит от скорости резания и толщины срезаемой стружки грунта, некоторые регуляторы гидроаппаратуры имеют законы нечувствительности, насосы не являются идеальными источниками расхода из-за изменяющихся утечек и других причин. Для этого разработаны способы обработки нелинейных уравнений, при которой они автоматически алгебраизируются и линеаризируются относительно состояния, соответствующего шагу решения [1]. Параметры моделей обновляются, что позволяет использовать нелинейные зависимости практически произвольного вида.

При известном аналитическом описании нелинейной функции она может быть занесена в библиотеку системных функций. Такие библиотеки являются неотъемлемой частью современных систем автоматизированного проектирования (САПР). При этом пользователь САПР может пополнять библиотеку новыми нелинейными функциями для решения прикладных задач.

Цикловой режим работы землеройной машины является характерным. Оптимизацию приводных систем предлагается проводить в два этапа. На первом обеспечиваются показатели качества, отсчитываемые по характеристикам установившегося состояния (энергетическое совершенство, точность, добротность, жесткость и другие) и определяются основные, базовые параметры привода. На втором число показателей качества расширяется за счет оценок динамического совершенства привода (устойчивости и быстродействия). Результаты первого этапа позволяют упростить задачу синтеза по динамическим критериям, особенно в случаях, когда множества варьируемых параметров не пересекаются.

#### 4. ИЗЛОЖЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ И РЕЗУЛЬТАТЫ

*Модели рабочей среды.* Процессы разрушения (резания, рыхления, уплотнения и др.), пласти-

ческого деформирования, уплотнения рабочих сред связаны с предельным их состоянием (или предельным равновесием). При этом подразумевается переход рабочей среды под действием внешних сил в такое состояние, при котором разрушающие напряжения увеличиваются, а прочность изменяется от мгновенной до длительной.

Рабочие сопротивления, возникающие на элементах рабочих органов машин, определяют на основе реологических моделей разрушаемой среды, методов механики сплошной среды (с использованием предельных состояний среды на основе теорий Кулона – Мора или А. Н. Зеленина) или методов, основанных на эмпирических зависимостях [4]. Последние наиболее широко использовались в практике проектирования машин вследствие доступности «ручных» способов расчета [3].

Для задач автоматизированного проектирования реологическую модель процесса разрушения и перемещения грунта представляют в виде механического сочетания простых моделей (рис.1). Структура модели процесса разрушения мерзлого грунта представлена в виде механического эквивалента, учитывающего диссипацию энергии, движение ядра в возмущенной зоне, возмущенной зоны с вязкопластическими свойствами граничной области и структурные изменения возмущенной зоны в процессе накопления и преобразования энергии. Обобщенными координатами, определяющими положение рассматриваемой системы во времени, являются перемещения: ядра в возмущенной зоне; возмущенной зоны; структурного элемента в зоне разрушения; сейсмической массы грунта.

Деформация элементов грунтовой среды зависит от внутренней структуры среды и от того, каким образом изменяется нагрузка, действующая на среду во времени. Для различных рабочих сред и способов механического воздействия предложены модели различной сложности, составленные на основе простых моделей (идеально упругого или пластического, жесткопластического) и сложных моделей (упруговязкопластическая релаксирующая и др.). В любом случае структура сложной модели определяется комбинацией типовых компонент  $G$ ,  $L$  и  $C$ :  $G$  – коэффициент вязкого трения (демпфирование);  $L$  –

упругость;  $C$  – масса;  $J$  – сила сухого трения (моделирует силу внутреннего и внешнего трения в зоне контакта инструмента со средой, силу жесткопластического разрушения среды).

Для принятого входного импульса перемещения инструмента и возмущенной зоны грунта при разрушении его ударной нагрузкой соответствующие перемещения показаны на рис. 2. Таким образом,

можно исследовать силовые и кинематические характеристики быстротекущего процесса, описываемого реологической моделью, в функции времени (или любой другой переменной) и использовать полученные сведения для задач проектирования эффективных рабочих органов при различных воздействиях на разрушаемую среду.

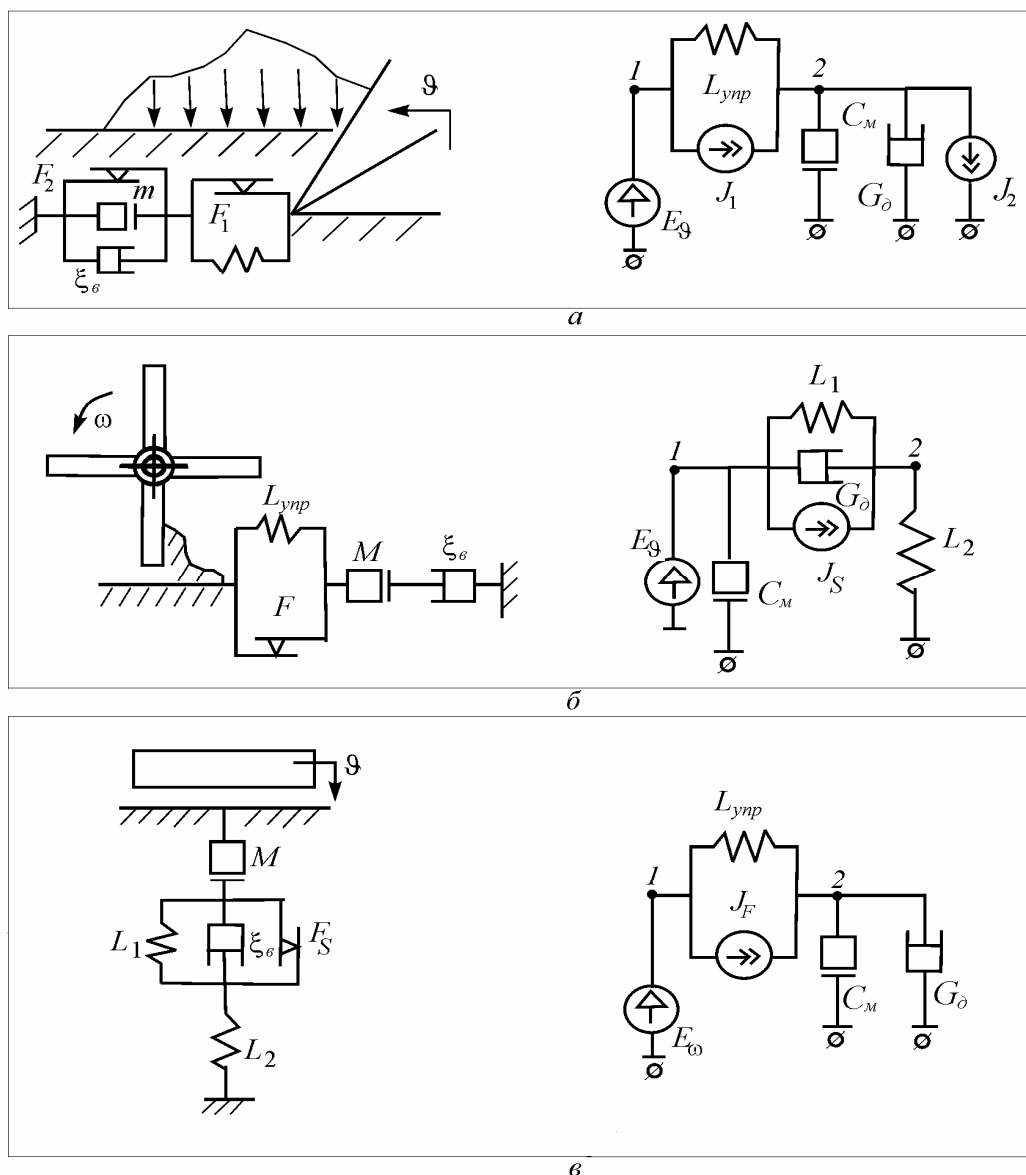


рис.1 Схемы взаимодействия со средой реза (а), лопасти метателя (б), уплотняющего бруса (в) и схемы замещения к соответствующим реологическим моделям

Анализ реологических моделей грунта с использованием схем замещения ставит на единую методологическую основу процесс проектирования исполнительных механизмов и приводов машин для земляных работ. При этом физически разнородные системы (механические, электрические, гидравлические и технологические процессы, связанные с воздействием на среду) описываются на компонентном уровне, обеспечивающем использование единого программно-методического обеспечения.

Структура динамической *приводной системы* машины может быть представлена на основе типовых двухполюсных компонент и/или многополюсников. В качестве примера рассмотрим привод вращателя буровой машины (рис. 3), который включает насос 1, распределитель 2, гидромотор 3, редуктор 4, буровую штангу 5, нагнетательную 6 и сливную 7 магистрали гидравлической системы, фильтр 8, предохранительный клапан 9.

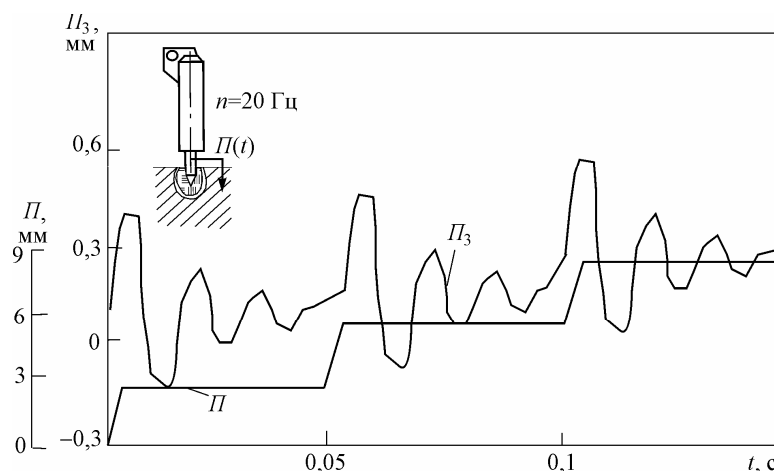


рис.2 К исследованию реологической модели мерзлого грунта при его ударном разрушении гиросоматом:  $P_i$  – перемещение инструмента;  $P_{i3}$  – перемещение упруговязкопластичной зоны грунта

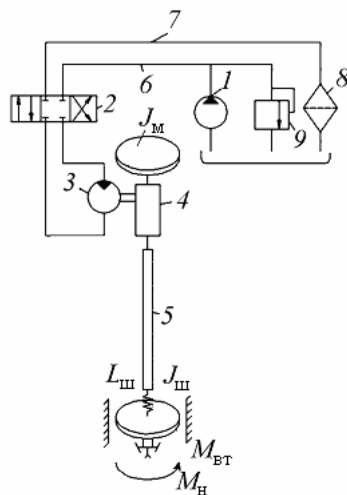


рис.3 Упрощенная схема гидравлического привода вращателя буровой машины с накопителем энергии

На быстроходном валу редуктора имеется маховик  $J_m$ , выполняющий роль аккумулятора кинетической энергии. Буровая штанга представлена двумя характеристиками – сосредоточенными крутильной упругостью  $L_{ш}$  и моментом инерции  $J_{ш}$ . В процессе работы на рабочий инструмент буровой штанги действуют момент  $M_{н}$  (позиционная нагрузка или нагрузка в функции времени) и момент сил вязкого трения  $M_{вт}$ . Нагнетательный и сливной трубопроводы имеют большую длину, поэтому необходимо учесть гидравлические потери. Динамика привода исследуется для случая существенного изменения внешней нагрузки  $M_{н}$  (например, при встрече инструмента с трудно преодолимым препятствием). Поэтому особенности работы распределителя и его влияния на работу гидропривода не рассматриваются.

Схема замещения привода (рис. 4) построена на основе схемных моделей трубопроводов ( $Q_1$  и  $Q_4$ ), гидромотора ( $Q_2$ ), а также двухполосников:  $J_p$  – источник расхода (насос);  $R_\phi$  – сопротивление фильтра;  $G_{кл}$  – переменная проводимость, моделирующая работу клапана;  $C_{max}$  – момент

инерции маховика (накопитель энергии);  $C_H$  – момент инерции бурильной штанги. Зависимые источники  $J_{вхред}$  (момент на быстроходном валу редуктора) и  $E_{вык}$  (скорость выходного вала редуктора) моделируют работу редуктора.

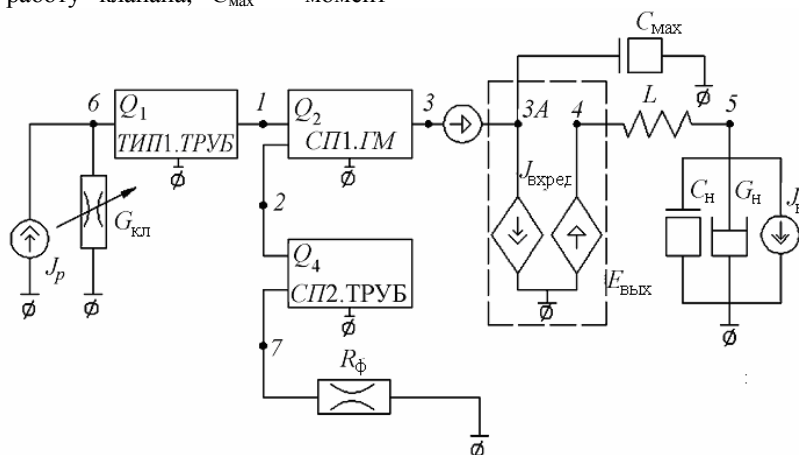
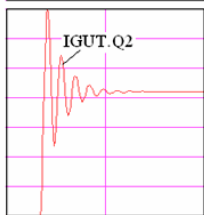
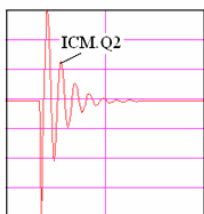
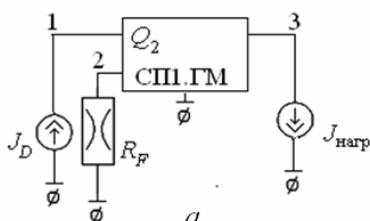


рис.4 Схемная модель гидропривода буровой машины



ОПИСАНИЕ;  
 СХЕМА ГИДРОМОТОР;  
 JD(0,1) = 1400;  
 Q2(1,2,3,0) = СПИ.ГМ;  
 JНАГР(3,0) = ТАБ1(ВРЕМЯ);  
 RF(2,0) = F22(0.9E-6,1.4,3,0.01/IRF);  
 ТАБ1 = 0,10, 0.2,10, 0.201,1000, 0.5,1000;  
 МОДЕЛЬ ГМ(ВХ,СПИВ,ВЫХ,БА3);  
 GUT(ВХ,СПИВ) = КУТ;  
 ССЖ1(ВХ,БА3) = СЖИМ;  
 ССЖ2(СПИВ,БА3) = СЖИМ;  
 ЛГ1(ВХ,БА3) = FL(XO/UGM);  
 ЛГ2(БА3,СПИВ) = FL(XO/UGM);  
 ЛМ(БА3,ВЫХ) = FL(XO/UGUT);  
 CM(ВЫХ,БА3) = 0.021;  
 GM(ВЫХ,БА3) = КД;  
 СПИСОК СПИ.ГМ;  
 XO = 9.43; КУТ = 0.5;  
 КД = 1.7; СЖИМ = 7.7E-3;  
 &&  
 ЗАДАНИЕ;  
 АУС; АВХ;  
 КОНСТАНТА, ТМАКС = 0.3;  
 ЧЕРТЕЖ, JНАГР, V3, V1, V2;  
 ЧЕРТЕЖ, ICСЖ1.Q2, ICСЖ2.Q2, IGUT.Q2;  
 &&

рис.5 Модель гидромотора и ее реализация: а – схемная модель гидропривода с гидромотором; б – фрагмент результатов расчета; в – описание схемы на входном языке (ICM.Q2 – момент силы инерции вала гидромотора, IGUT.Q2 – расход утечек гидромотора)

В состав бурильной колонны включают винтовой насос, статор которого соединяют с породоразрушающим инструментом, а ротор – с верхней частью бурильной колонны. Бурильную колонну вращают с большей частотой вращения, чем это необходимо для вращения долота. Промывка рабочей зоны осуществляется при местной циркуляции бурового раствора. В качестве винтового насоса было предложено использовать винтовой забойный двигатель, серийно выпускаемый промышленностью (рис. 6).

В связи со значительными затратами на отработку предложенной технологии бурения выполнен компьютерный эксперимент. Основную часть математической модели привода составляет описание гидромашины объемного типа, моделирующей работу винтового забойного двигателя в режиме насоса.

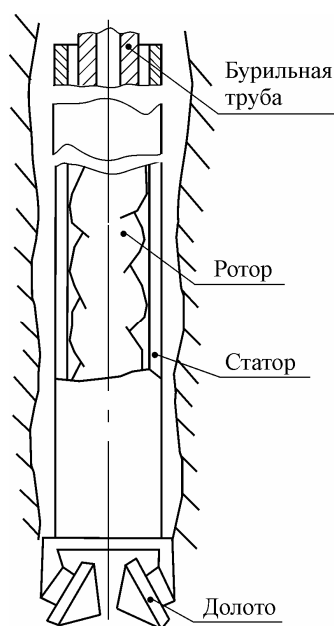


рис.6 Схема бурильного оборудования с использованием винтовой гидромашины

Предварительный анализ режимов работы винтовых забойных двигателей показал, что основными факторами, определяющими адекватность модели, являются: инерционность статора, внутренние утечки жидкости, «сухое» и вязкое трение. Сжимаемостью и инерционностью жидкости можно пренебречь.

На основе характеристик насосов объемного действия, принцип которых аналогичен насосу, смонтированному из забойного двигателя Д5-172М, для использования были выбраны средние значения параметров и интервалов параметров для исследования насоса: характерный объем насоса  $x_0 = 4000 \text{ см}^3$ ; величина утечек жидкости  $G_{ут} = 50\text{--}500 \text{ см}^5/\text{кгс}$ ; коэффициент вязкого трения  $\lambda = 1000\text{--}2000 \text{ кгс}\cdot\text{см}/\text{с}$ ; момент сухого трения  $M_{тр} = 100\text{--}9000 \text{ кг}\cdot\text{см}$ ; угловая скорость вала  $\omega = 3,2 \text{ с}^{-1}$ ; гидравлическая проводимость  $G_D = 25000 \text{ см}^5/\text{с}\cdot\text{кгс}$ ; плотность подаваемой жидкости  $\rho = 9\cdot 10^{-7} \text{ кгс}\cdot\text{с}/\text{см}^4$ . Поскольку эти данные используются для ориентировочной оценки, то их влияние на рабочую характеристику исследовалось отдельно друг от друга.

В результате исследования модели насоса было выявлено влияние давления на рабочую характеристику насоса с учетом сухого и вязкого трения. Полученная характеристика соответствует данным, полученным ВНИИБТ (г. Пермь) при испытании двигателя Д5-172М. Из сравнения данных можно сделать вывод об адекватности модели и достаточно точном определении влияющих факторов (рис.7).

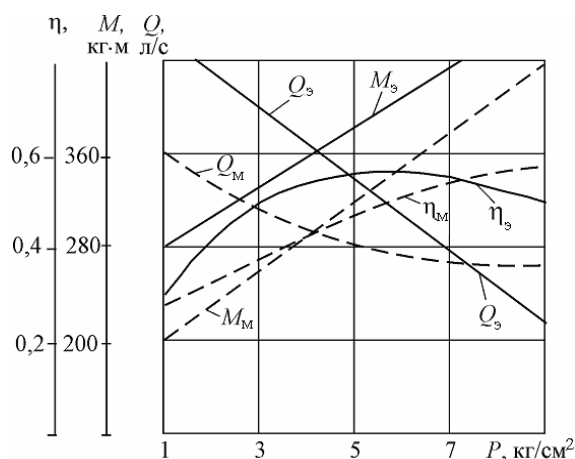


рис.7 Внешняя характеристика забойного двигателя (насоса):  $M$ ,  $Q$  и  $\eta$  – момент, расход и КПД; — — — — экспериментальные данные ВНИИБТ (г. Пермь); - - - - - результаты моделирования

Следует отметить большую нелинейность величин расхода и момента на валу при их экспериментальном определении, что ставит задачу более точного нахождения нелинейных функций,

входящих в компонентные уравнения. Но и в данном приближении математическая и схемная модели могут быть использованы для моделирования и анализа привода буровой установки с приемлемой точностью.

### 5. ВЫВОДЫ И НАПРАВЛЕНИЯ ДАЛЬНЕЙШИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Развитие автоматизированных методов расчета еще в большей степени предопределяет необходимость разработки методов идентификации динамических характеристик грунтов, обобщения моделей грунта и функциональных зависимостей, определяющих изменение компонентного состава модели во времени и др. факторов. Эти зависимости, отражающие знания о рабочих процессах, вводятся в банк знаний, который яв-

ляется неотъемлемой частью эффективной системы автоматизированного проектирования.

#### Литература

1. **Петренко, А. И.** Автоматизация схемотехнического проектирования в машиностроении / А. И. Петренко, В. В. Ладогубец, В. В. Чкалов. – Киев: УМК ВО, 1988. – 180 с.
2. **Норенков, И. П.** Основы автоматизированного проектирования: / И. П. Норенков. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2000. – 360 с.
3. **Павлов, В. П.** Основы системотехники **многоцелевых** землеройных машин / В.П. Павлов. – Новосибирск: Изд-во СО РАН; Красноярск: ИПЦ КГТУ, 2006. – 332 с.
4. **Зеленин, А. Н.** Машины для земляных работ / А. Н. Зеленин, В. И. Баловнев, И. П. Керов. – М.: Машиностроение, 1975. – 424 с.

## DRIVE AUTOMATION SIMULATION AND WORKING PROCESSES OF EARTH MOVING

**Vladimir PAVLOV**

department of "Transportation and technological machines", The Siberian federal university – Krasnoyarsk, Russia  
e-mail: [pavlov\\_vp@list.ru](mailto:pavlov_vp@list.ru)

**Abstract:** On the basis of equivalent circuits based approach to automation of modeling business processes and drive cars for the earthworks. The corresponding nonlinear functions are introduced into the models through the library. The examples of modeling the process of destruction of frozen soil and the drive system with hydraulic elements. Model description given in the form of equivalent circuits and text files in the input language PRANS.

**Key words:** models, actuators, workflows, equivalent circuit, the automation of simulation.





## СОБСТВЕНИ ВЕКТОРИ И ФОРМИ НА ТРЕПТЕНЕ НА ПОСЛЕДОВАТЕЛНИ ЛИНЕЙНИ СИСТЕМИ С ЕДНАКВИ МАСИ И ЕЛАСТИЧНОСТИ ЧРЕЗ ПОЛИНОМИ НА ЧЕБИШОВ

Венелин ЖИВКОВ<sup>1</sup>      Лъчезар КОЧЕВ<sup>2</sup>

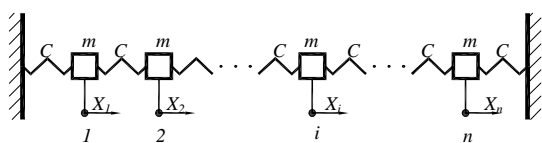
<sup>1</sup>катедра „Теория на машините и механизмите”, Технически университет - София, България  
e-mail: [jivkov@tu-sofia.bg](mailto:jivkov@tu-sofia.bg)

<sup>2</sup>катедра „Основи и технически средства за конструиране”, Технически университет - София, България  
e-mail: [lkochev@tu-sofia.bg](mailto:lkochev@tu-sofia.bg)

**Резюме:** В работата се определят собствените вектори и форми на трептене на верижни линейни еластични системи с постоянни маса и еластичност. Чрез субституция решенията се получават чрез полиномите на Чебишов от I и II род и тяхна линейна комбинация, и се представят в затворен вид

**Ключови думи:** еластична система, форми на трептене, полиноми на Чебишов

Обект на настоящата работа е определянето на собствените вектори на група верижни трептящи системи. Характерното за тях е, че системата им собствени вектори, респективно формите на трептене, се получава в аналитичен затворен вид, което ги прави подходящи като сравнителна база или еталон спрямо подобни такива.



фиг.1

От този тип е верижната механична структура с фиксирани краища (фиг.1), съставена от  $n$  брой еднакви обобщени маси  $m$ , последователно еластично свързани с линейни пружини с еднакви константи  $c$ , т.е.

$$\begin{aligned} m_i &= m = \text{const} > 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \\ c_i &= c = \text{const} > 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, n+1 \end{aligned} \quad (1)$$

за която уравненията на свободните трептения се определят от линейната хомогенна система от II-и ред:

$$\begin{cases} m\ddot{x}_1 + 2cx_1 - cx_2 = 0 \\ m\ddot{x}_i - cx_{i-1} + 2cx_i - cx_{i+1} = 0 \quad \forall i = 2, 3, \dots, n-1 \\ m\ddot{x}_n - cx_{n-1} + 2cx_n = 0 \end{cases} \quad (2)$$

където отчетът на обобщените координати  $x_i$ ;  $\forall i = 1, 2, \dots, n$  е спрямо равновесното положение на съответните маси.

С полагането  $\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}$ ;  $m > 0$ , което е собствена честота на едномасова система с една еластичност (парциална собствена честота), системата (2) се привежда във вида:

системата (2) се привежда във вида:

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + 2a_0^2 x_1 - a_0^2 x_2 = 0 \\ \ddot{x}_i - a_0^2 x_{i-1} + 2a_0^2 x_i - a_0^2 x_{i+1} = 0 \quad \forall i = 2, 3, \dots, n-1 \\ \ddot{x}_n - a_0^2 x_{n-1} + 2a_0^2 x_n = 0 \end{cases} \quad (2a)$$

съответно в матрична форма:

$$\ddot{x} + (M^{-1} \cdot C)x = \ddot{x} + \Omega^2 x = 0 \quad (2б)$$

където  $M^{-1}$  е обратната на диагоналната масова матрица  $M$ , а  $C$  и  $\Omega^2 = M^{-1}C$  - тридиагоналните положително определени еластична и честотна матрици съответно.

Решението на системата [2,3] се търси във вида

$$x_i = u_i \cos(\omega t + \varphi); \quad \forall i = 1, 2, \dots, n$$

(произведение от дискретна амплитудна функция  $u_i = u(i)$  на целочисления аргумент  $i = 1, 2, \dots, n$  и хармонична функция от времето  $f(t) = \cos(\omega t + \varphi)$ ), при което се достига до хомогенната алгебрична система:

$$\Omega^2 u = \omega^2 u \Rightarrow (\Omega^2 - \omega^2 E)u = 0. \quad (3)$$

Ненулевите решения се получават когато  $\omega^2$  е собствена стойност на честотната матрица, а амплитудната функция е съответстващият неин собствен вектор  $u^T = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  (с точност до

$$\begin{cases} (2\alpha_0^2 - \omega^2)u_1 - \alpha_0^2 u_2 = 0 \\ -\alpha_0^2 u_{i-1} + (2\alpha_0^2 - \omega^2)u_i - \alpha_0^2 u_{i+1} = 0 \quad |\forall i=2,3,\dots,n-1 \\ \cdot \quad \quad \quad -\alpha_0^2 u_{n-1} + (2\alpha_0^2 - \omega^2)u_n = 0 \end{cases} \quad (4a)$$

С полагането [4]

$$\frac{2\alpha_0^2 - \omega^2}{\alpha_0^2} = 2 - \frac{\omega^2}{\alpha_0^2} = 2 \left( 1 - \frac{\omega^2}{2\alpha_0^2} \right) = 2y \quad (i)$$

$$y = 1 - \frac{\omega^2}{2\alpha_0^2} \Leftrightarrow \omega^2 = 2\alpha_0^2(1-y)$$

след делене на  $\alpha_0^2 > 0$  (според условията (1) и когато пружините не са безкрайно меки) се достига до параметризираната по  $y$  форма:

$$\begin{cases} 2yu_1 - u_2 = 0 \\ -u_{i-1} + 2yu_i - u_{i+1} = 0 \quad |\forall i=2,3,\dots,n-1 \\ \cdot \quad \quad \quad -u_{n-1} + 2yu_n = 0 \end{cases} \quad (4)$$

съответно в матрична форма:

$$A(y)u = 0 \quad (46)$$

$$A(y) = \begin{cases} 2y_{(1)} & -1_{(2)} & \cdot \\ -1_{(i-1)} & 2y_{(i)} & -1_{(i+1)} \quad |\forall i=2,3,\dots,n-1 \\ \cdot & -1_{(n-1)} & 2y_{(n)} \end{cases}$$

Като приложим рекурентния подход на фон-Нойман [3] амплитудите се получават последователно във вида:

$$\begin{cases} u_2 = 2yu_1 \\ u_i = 2yu_{i-1} - u_{i-2} \quad |\forall i=3,4,\dots,n \end{cases} \quad (5)$$

с точност до  $u_1$ . Изразите (5) определят полиномиална форма на компонентите  $u_i$  от  $y$ . Доколкото собственият вектор  $u$  се определя при съответна собствена стойност  $\omega^2 = \omega_j^2, y = y_j; j = 1,2,\dots,n$ , която е корен на детерминантното уравнение:

$$\det(\Omega^2 - \omega^2 E) = \det(A(y)) = 0, \quad (ii)$$

множител), които представляват съответно квадрата на собствената честота на системата и съответстващата ѝ форма на трептене. В разгънат вид за системата (2a) от (3) се получава:

то на  $u_1$  може да се даде произволна ненулева стойност [2]. Следователно  $u_1 = u_1(y^0)$  и  $u_i = u_i(y)$  се представя в общ вид както следва:

$$u_i = u_i(y^{i-1}, y^{i-2}, \dots, y^0) = P_{i-1}(y); i = 1,2,\dots,n \quad (6)$$

Вторият израз от (5) е рекурентното уравнение на полиномите на Чебишов, а при задаване  $u_1 = 1$  се получават начални условия:

$$\begin{cases} u_1 = 1 = U_0 \\ u_2 = 2y = U_1(y) \end{cases} \quad (7)$$

които точно съответстват на полиномите на Чебишов от II-и род [1]:

$$U_n(y) = \frac{\sin((n+1) \arccos(y))}{\sqrt{1-y^2}}$$

По този начин компонентите на всеки собствен вектор могат да се определят като стойности на  $U_n(y)$  при задаване на съответния корен  $y_j$  (с отчитане корекцията в индексите) както следва:

$$u_{ij} = u_i(y_j) = U_{i-1}(y_j) = \frac{\sin(i \arccos(y_j))}{\sqrt{1-y_j^2}}, \quad (8)$$

т.е. относителната амплитуда на всеки елемент се определя от полинома на Чебишов от II-и род от ред с единица по малък от поредния му номер (положение) в механичната верига при аргумент съответната собствена честота.

Като се заместят получените в [4] корени:

$$y_j = \cos\left(\frac{j\pi}{n+1}\right); j = 1,2,\dots,n, \quad (iii)$$

с отчитане на:

$$\arccos\left(\cos\left(\frac{j\pi}{n+1}\right)\right) = \pm \frac{j\pi}{n+1} + 2k\pi; k = 0,1,2,\dots,$$

се достига до :

$$u_{ij} = \frac{\sin\left(i \frac{j\pi}{n+1}\right)}{\sin\left(\frac{j\pi}{n+1}\right)}; i, j = 1, 2, \dots, n, \quad (9)$$

Така определеното основно решение в първи период включва периодичността  $(+2k\pi; k = 1, 2, \dots)$  на общото решение с точност до знак, т.е. до посока на амплитудите.

Решението (9) е нормирано съгласно (7) при единична амплитуда на първата маса -  $u_{1j} = 1; \forall j = 1, 2, \dots, n$ . Като се забележи, че зна-

менателят  $\sin\left(\frac{j\pi}{n+1}\right) > 0; \forall j = 1, 2, \dots, n$ , след рационализиране (9) се преобразува в нормиран по максимална амплитуда вид:

$$u_{ij} = \sin\left(i \frac{j\pi}{n+1}\right); i, j = 1, 2, \dots, n, \quad (9a)$$

а с отчитане на:

$$\sum_{i=1}^n \sin^2\left(i \frac{j\pi}{n+1}\right) = \frac{n+1}{2}; \forall j = 1, 2, \dots, n,$$

т.е. всички вектори са с еднакъв модул :

$$\begin{cases} (\alpha_0^2 - \omega^2)u_1 & -\alpha_0^2 u_2 \\ -\alpha_0^2 u_{i-1} & + (2\alpha_0^2 - \omega^2)u_i \\ \cdot & -\alpha_0^2 u_{n-1} \end{cases} + (\alpha_0^2 - \omega^2)u_n = 0 \quad \forall i = 2, 3, \dots, n-1, \quad (11a)$$

и съответно при параметризацията (i) до преобразуване на (4) както следва:

$$\begin{cases} (2y-1)u_1 & -u_2 & \cdot & = 0 \\ -u_{i-1} & + 2yu_i & -u_{i+1} & = 0 \quad \forall i = 2, 3, \dots, n-1 \\ \cdot & -u_{n-1} & + (2y-1)u_n & = 0 \end{cases} \quad (11)$$

Коефициентите пред  $u_1$  и  $u_n$  се получават от

релацията  $y = 1 - \frac{\omega^2}{2\omega_0^2} \Leftrightarrow 1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} = 2y - 1$ , а реку-

рентната схема за определяне на вектора  $u$  подобно на (5) е както следва:

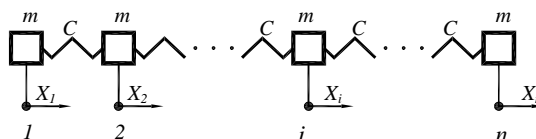
$$\begin{cases} u_1 \\ u_2 \\ u_i \end{cases} = \begin{cases} (2y-1)u_1 \\ 2yu_{i-1} - u_{i-2} \end{cases}; \forall i = 3, 4, \dots, n, \quad (12)$$

$$|u_j| = \sqrt{\sum_{i=1}^n u_{ij}^2} = \sqrt{\frac{n+1}{2}}; \forall j,$$

се получава ортонормираната система вектори:

$$u_{ij} = \sqrt{\frac{2}{n+1}} \sin\left(i \frac{j\pi}{n+1}\right); i, j = 1, 2, \dots, n, \quad (9b)$$

При двустранно освободена система



фиг.2

крайните маси ( с индекси 1 и n ) са свързани с една пружина (фиг.2) и в системата (2) се променят крайните редове:

$$\begin{cases} m\ddot{x}_1 + cx_1 - cx_2 & = 0 \\ m\ddot{x}_i - cx_{i-1} + 2cx_i - cx_{i+1} & = 0 \quad \forall i = 2, 3, \dots, n-1 \\ m\ddot{x}_n - cx_{n-1} + cx_n & = 0 \end{cases} \quad (10)$$

което привежда (4a) във вида:

$$\begin{cases} \cdot & = 0 \\ -\alpha_0^2 u_{i-1} & = 0 \quad \forall i = 2, 3, \dots, n-1, \\ + (\alpha_0^2 - \omega^2) u_n & = 0 \end{cases} \quad (11a)$$

т.е. като рекурсия при полиномите на Чебишов. При полагане  $u_i = 1$  обаче не се получават техните канонични начални условия, поради което търсим решението като линейна комбинация на полиномите от I-и II род :

$$u_i = u_i(y) = Ch_{i-1}(y) = B_I(y)T_{i-1}(y) + B_{II}(y)U_{i-1}(y), \quad (13)$$

където  $T_{i-1}$  и  $U_{i-1}$  са означенията на полиномите на Чебишов от I и II род от ред  $i-1$  съответно. Номерацията на компонентите на  $u$  е от 1 (а не от 0), индексацията (редът) на полиномите на Чебишов е априорно коригирана на  $i-1$  с цел непосредствено определяне на тези функции.  $B_I$  и  $B_{II}$  са независещи от  $i$  функции на  $y$ , които се определят от началните условия при  $i = 0$  и  $i = 1$  както следва:

$$\left. \begin{aligned} u_1 = 1 = Ch_0 \\ u_2 = 2y - 1 = Ch_1(y) \end{aligned} \right| \Rightarrow \begin{cases} B_I(y) = \frac{1}{y} \\ B_{II}(y) = \frac{y-1}{y} \end{cases}, \quad (14)$$

След преобразуване чрез зависимости на сума от ъгли се достига до общо решение във вида:

$$Ch_n(y) = T_n(y) - (1-y)U_{n-1}(y),$$

откъдето с отчитане на индексната корекция се получава:

$$u_{ij} = u_i(y_j) = T_{i-1}(y_j) - (1-y_j)U_{i-2}(y_j), \quad (15)$$

В тригонометрична форма след преобразуване се достига до крайния израз:

$$u_{ij} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1+y_j}} \cos\left(\frac{2i-1}{2} \arccos(y_j)\right). \quad (16)$$

След заместване на:

$$y_j = \cos\left(\frac{j}{n}\pi\right); j = 0, 1, 2, \dots, (n-1), \quad (iv)$$

получена в [4], с прилагане на формула за косинус на половин ъгъл, се получава:

$$u_{ij} = \frac{\cos\left[(2i-1)\frac{j\pi}{2n}\right]}{\cos\left(\frac{j\pi}{2n}\right)} \Big|_{\substack{i=1,2,\dots,n \\ j=0,1,\dots,n-1}}, \quad (17)$$

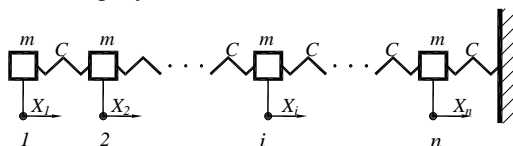
В амплитудно и орто-нормиран вид, като се отчете  $\cos\left(\frac{j}{n}\frac{\pi}{2}\right) > 0; \forall j \leq n-1$ , се получават съответно изразите:

$$u_{ij} = \cos\left[(2i-1)\frac{j\pi}{2n}\right]; \Big|_{\substack{i=1,2,\dots,n \\ j=0,1,\dots,n-1}}, \quad (17a)$$

$$u_{ij} = \sqrt{\frac{2}{n}} \cos\left[(2i-1)\frac{j\pi}{2n}\right]; \Big|_{\substack{i=1,2,\dots,n \\ j=1,\dots,n-1}}, \quad (17b)$$

като  $u_{i0} = 1/\sqrt{n}; \forall i$  е отделното нормирано решение за общото движение на системата.

При едностранно фиксирана система решението може да се определи на основата на получените вече резултати по два начина.



Фиг.3

От една страна в показания вид (фиг.3) първата маса е според система със свободни краища, а при инверсна номерация тя е свързана както при двустранно фиксирана такава. Затова нейното решение е форма на верификация на коректността на изводите.

При дадената номерация системите (2) и (10) са във вида:

$$\begin{cases} m\ddot{x}_1 + cx_1 - cx_2 = 0 \\ m\ddot{x}_i - cx_{i-1} + 2cx_i - cx_{i+1} = 0 \quad |\forall i = 2, 3, \dots, n-1, \\ m\ddot{x}_n - cx_{n-1} + 2cx_n = 0 \end{cases} \quad (18)$$

т.е. с разлика само в първото за (2) и последното за (10) уравнения, а съответните им параметризирани (4) и (11) добиват вида:

$$\begin{cases} (2y-1)u_1 - u_2 = 0 \\ -u_{i-1} + 2yu_i - u_{i+1} = 0 \quad |\forall i = 2, 3, \dots, n-1 \\ \cdot - u_{n-1} + 2yu_n = 0 \end{cases} \quad (19)$$

В тази форма се прилагат решенията (16), но при стойности на честотния параметър  $y_j$  както следва [4]:

$$y_j = \cos\left(\frac{2j-1}{2n+1}\pi\right); j = 1, 2, \dots, n, \quad (v)$$

откъдето след решаване се достига до:

$$u_{ij} = \frac{\cos\left[(2i-1)\frac{2j-1}{2n+1}\frac{\pi}{2}\right]}{\cos\left(\frac{2j-1}{2n+1}\frac{\pi}{2}\right)}; i, j = 1, 2, \dots, n, \quad (20)$$

и след аналогично на по-горе нормиране:

$$u_{ij} = \cos\left[(2i-1)\frac{2j-1}{2n+1}\frac{\pi}{2}\right]; i, j = 1, 2, \dots, n. \quad (20a)$$

При освободена отдясно система прилагаме (8), но при  $y_j$  от (v), откъдето:

$$u_{i'j} = \frac{\sin\left(i'\frac{2j-1}{2n+1}\pi\right)}{\sin\left(\frac{2j-1}{2n+1}\pi\right)}; i', j = 1, 2, \dots, n \quad (21)$$

$$u_{i'j} = \sin\left(i'\frac{2j-1}{2n+1}\pi\right); i', j = 1, 2, \dots, n \quad (21a)$$

Връзката между индексите  $i$  и  $i'$  на един и същи елемент в двата извода (20) и (21) е

$$i = n + 1 - i',$$

откъдето след заместване в (20) получаваме:

$$u_{ij} = (-1)^{j-1} \sin\left(i' \frac{2j-1}{2n+1} \pi\right) = (-1)^{j-1} u_{ij}, \quad (22)$$

което с точност до знак съвпада с (21).

На фиг.4 са дадени формите на трептене при  $n=5$  за система според фиг.1, построени върху фазова равнина  $Oij$  в класическа дискретна форма (а) и в гладко изображение (б) по израз (9а) при  $i, j$  интерпретираны като реални.

Възлите на трептене се определят като първо се получат корените на (9а), (17а) и (21а) съответно, като се положи  $x \equiv i; x \in R$ . Така те се интерпретират като непрекъснати функции на  $x$  при определена форма на трептене  $j$ :

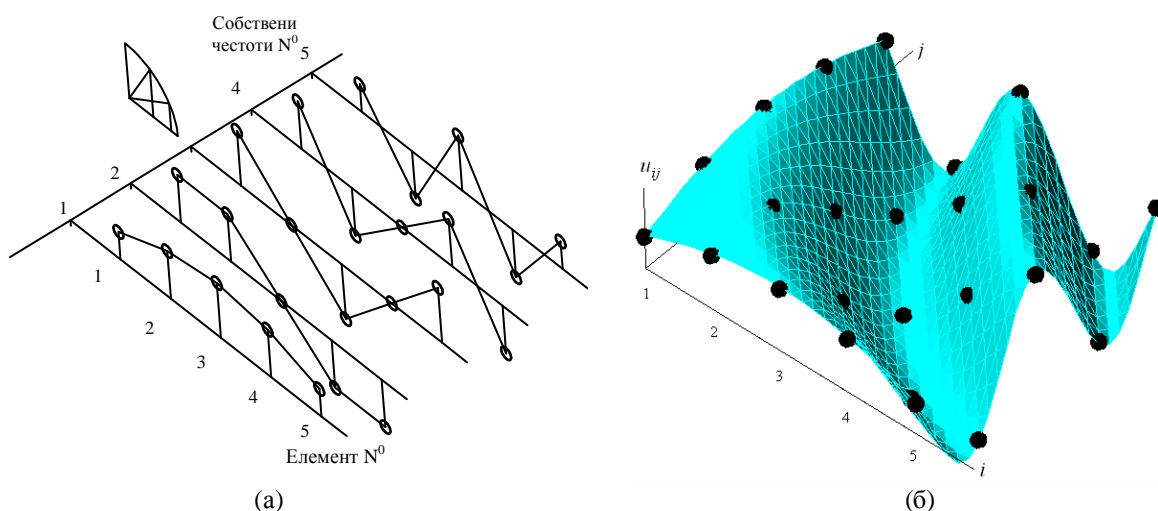
$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{n+1}{j} k \\ x &= \frac{1}{2} \left( \frac{n}{j} k + 1 \right) \\ x &= \frac{2n+1}{2j-1} k \end{aligned} \right| k = 1, 2, \dots, n; x \leq n, \quad (23)$$

за трите системи съответно.

За всяко от така определените решения  $x$  се определя целочисленият интервал, в който попада възелът:

$$\left. \begin{aligned} (i) &= \text{int}(x) \\ (i+1) &= i + \text{sgn}(x - (i)) \end{aligned} \right| (i), (i+1) \leq n, \quad (24)$$

като равенството  $(i) = (i+1)$  означава, че  $i$ -тата маса е възел на трептене.



фиг.4

В общ вид, без да се прави тази проверка, положението на възела между  $m_{(i)}$  и  $m_{(i+1)}$  се определя от относителното разстояние  $0 \leq \delta < 1$  при обобщена нормирана дистанция между масите  $l_{(i)-(i+1)} = 1$ , чрез линейна интерполация през стойностите  $u_{(i)j}, u_{(i+1)j}$  както следва:

$$\delta = \frac{\text{sgn}(x - (i)) u_{(i)j}}{\text{sgn}(x - (i)) u_{(i)j} - u_{(i+1)j}}, \quad (25)$$

с отчитане на промяната в знака на амплитудата.

При изводите беше отбелязано, че получените системите собствени вектори са ортогонални. Това е следствие от симетричността на еластичната и честотна матрици [5]. В изведения вид ортогоналността се доказва като се забележи, че те представляват дискретна извадка от Фуриерово развитие, като породени от полиномите на Чебишов или чрез непосредствена тригонометрична проверка.

Получените резултати и тези в [4], обосновани и изведни върху верижни системи в линейна ко-

ординатна метрика, съвсем естествено са приложими и за верижни (или последователни) равноточестотни системи в обобщени координати. Такъв тип е задачата за определяне на собствените честоти и форми на торсионните трептения на прав вал с равномерно разположени еднакви ротори, както е при динамичния модел на основната част на колянвия вал (без маховика).

В заключение, отдавайки почит на редица математици и инженери от античността до сега, ще отбележим, че собствените честоти и форми на трептене на разгледаните системи могат да се определят само чрез геометрични построения. Задачата се свежда до разделяне на окръжността на равен брой части или до построяване на съответен правилен многоъгълник, както е показано

на фиг.4а, като случаите на методично точно решение с линейка и пергел се определят от теоремата на Гаус [вж. напр. wikipedia].

#### Литература

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М., Численные методы, Москва, Наука, 1987г.
2. Бидерман В.Л., Прикладная теория механических колебаний, Москва, Высш. Школа, 1972г.
3. Живков В., Динамика и трептения ДВГ, ВМЕИ, София, 1970г.
4. Кочев Л., Живков В., Собствени честоти на последователни линейни системи с еднакви маси и еластичности чрез полиноми на Чебишов, Механика на машините, кн. 91, 2010г.
5. Ланкастер П., Теория матриц, Москва, Наука, 1982г

## EIGENVECTOR PROBLEM OF THE CHAIN LINEAR SYSTEM WITH EQUAL MASS AND ELASTICITY THROUGH THE CHEBISHEV'S POLYNOMES

Venelin JIVKOV<sup>1</sup>

Lachezar KOICHEV<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Theory of machines and mechanisms department, Technical University-Sofia, Bulgaria  
e-mail: [jivkov@tu-sofia.bg](mailto:jivkov@tu-sofia.bg)

<sup>2</sup>OTSK department, Technical University-Sofia, Bulgaria  
e-mail: [lkochev@tu-sofia.bg](mailto:lkochev@tu-sofia.bg)

**Abstract:** A proposed paper considers an eigenvectors of the chain linear system as an linear independent set, implying that a n-dimensional vector can be constructed as a linear combination of these eigenvectors. It is proved that eigenvectors of this system can be determined as a Chebishev's polinomes of first and second order for system with different boundary conditions.

**Keywords:** chain linear system, eigenvectors, Chebishev's polinomes

## ЦЕНТРОИДНИ ЗЪБНИ МЕХАНИЗМИ С РАЗЛИЧНИ МНОГОВЪРХОВИ ЕЛИПТИЧНИ КОЛЕЛА

Костадин СТОИЧКОВ

катедра „Теория на механизмите и машините”, Технически университет - София, България

e-mail: [kks@tu-sofia.bg](mailto:kks@tu-sofia.bg)

**Резюме:** В работата е направен синтез на центроиден зъбен механизъм с различни многовърхови колела. Синтезът е направен при зададено полярно уравнение на контура на едно от колелата и средно предавателно отношение с постоянна стойност, определена от отношението между броя на зъбите (върховете) на двете колела. Даден е рационален метод за определяне на междусеовото разстояние въз основа уравнението на зададения контур и средното предавателно отношение.

**Ключови думи:** синтез, центроидни колела, предавателна функция

### 1. УВОД

Центроидните зъбни механизми [4] са съставени от зъбни колела, профилирани по центроиди на относителното движение. Тези механизми за разлика от традиционните зъбни механизми с еволвентен профил на зъбите [2], имат променливо предавателно отношение с постоянна средна стойност. Класически пример за приложение на подобни механизми са обемните разходомери с овални зъбни колела. Техните механизми реализират същата предавателна функция както механизмите с елиптични колела, но с два пъти по-малък период [3]

Работата [1] разглежда центроидни зъбни механизми с еднакви многовърхови елиптични колела. Направен е геометричен синтез на центроидните профили на колелата от такъв тип механизъм, при условие че е дефинирана посредством полярно уравнение елипсата, по която са очертани въпросните профили, а също така е зададен броят на зъбите (върховете) на колелата. Изведен е аналитичният вид на първата предавателна функция ( $i_{12}$ ) на механизма и е дадена графиката на функцията  $i_{12}(\varphi_1)$ , от където са видни средната стойност на функцията както и нейното колебание при завъртане на една ъглова стъпка т.е.  $\varphi_1 = \frac{2\pi}{z_1}$ , където  $z_1 = z_2 = z$  е броят

на зъбите на еднакви зъбни колела. В горепосочената работа е изследвана и интерференцията на центроидните профили, посредством геометрични модели. При изменение стойностите на

параметрите - ексцентритет ( $\varepsilon$ ) на елипсата, междусеово разстояние на предавката ( $2a$ ) и брой на зъбите ( $z$ ), посредством визуализация на геометричните модели може да се прецени с достатъчна точност за каква комбинация от ( $\varepsilon$ ), ( $2a$ ) и ( $z$ ) настъпва интерференция. Дадена е също така и графика на емпиричната зависимост  $\varepsilon = \varepsilon(z)$  за няколко стойности на параметрите, при които настъпва интерференция, като след това е апроксимирана до гладка крива по метода на най-малките квадрати. Въпросната крива дава възможност за определяне на настъпването на интерференция при изменение на параметрите в съответните диапазони  $10 \leq z \leq 20$ ,  $0,1 \leq \varepsilon \leq 0,24$ . Дадени са софтуерните продукти и алгоритмите за работа с тях така, че на практика да могат да се получават гореописаните решения.

Настоящата работа има за цел да бъде изведен математичен модел за геометричен синтез на центроидни зъбни механизми, съставени от многовърхови елиптични колела, като в случая колелата са с различен брой зъби (върхове) т.е.  $z_1 \neq z_2$ .

### 2. ГЕОМЕТРИЧЕН СИНТЕЗ НА ЦЕНТРОИДНИ ЗЪБНИ МЕХАНИЗМИ С РАЗЛИЧНИ МНОГОВЪРХОВИ ЕЛИПТИЧНИ КОЛЕЛА

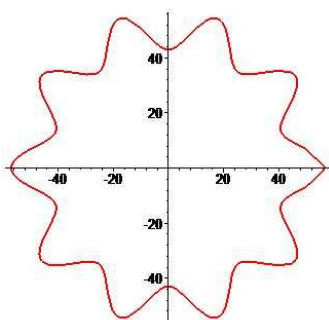
Полярното уравнение, при полюс един от фокусите и полярен ъгъл  $\alpha$  [1], на изходната

първична) елипса с ексцентритет  $\varepsilon$  и дължина на голямата полуос  $a$  има вида

$$r = a \frac{1 - \varepsilon^2}{1 - \varepsilon \cos \alpha} . \quad (1)$$

Полярното уравнение на многовърхово колело със  $z_1$  на брой зъби профилирани по изходната елипса (1) може да се зададе с полярното уравнение

$$r_1 = a \frac{1 - \varepsilon^2}{1 - \varepsilon \cos(z_1 \alpha_1)} . \quad (2)$$



фиг.1

На фиг.1 е даден профилът на многовърхово елиптично колело при стойности на параметрите  $a = 50mm$ ,  $\varepsilon = 0,14$ ,  $z_1 = 10$ . Ако се приеме, че колелото с профил, даден на фиг.1 е задвижващо звено от центроидна предавка, то между ъгълът на завъртане  $\varphi_1$  и полярният ъгъл  $\alpha_1$  съществува връзката  $\varphi_1 = -\alpha_1$ , същата връзка е в сила за съответните ъгли на задвижваното колело  $\varphi_2 = -\alpha_2$ . Първата предавателна функция ( $i_{12}$ ) на такава центроидна предавка се дава от равенството:

$$i_{12} = \frac{d\varphi_1}{d\varphi_2} \quad (3)$$

От (3) може да се получи ъгълът  $\varphi_2$  на който ще се завърти задвижваното звено при завъртане на задвижващото на ъгъл  $\varphi_1$ .

$$\varphi_2 = \int_0^{\varphi_1} \frac{1}{i_{12}} d\varphi_1 . \quad \text{ц} \quad (4)$$

От теорията на центроидите[2] също така е известно, че първата предавателна функция може

да се получи и посредством радиус векторите на центроидните профили т.е.

$$i_{12} = \frac{r_2}{r_1} . \quad (5)$$

Имайки предвид изразът

$$r_2 = A \pm r_1(\varphi_1) , \quad (6)$$

където  $A$  е междуосевото разстояние на предавката, след заместване в (5) се получава

$$i_{12} = \frac{A \pm r_1(\varphi_1)}{r_1(\varphi_1)} . \quad (7)$$

От изразите (4) и (7) се определя зависимостта между ъглите на завъртане на задвижващото и задвижваното звено

$$\varphi_2 = \int_0^{\varphi_1} \frac{r_1(\varphi_1)}{A \pm r_1(\varphi_1)} d\varphi_1 . \quad (8)$$

Знакът след  $A$  се определя като (+) при вътрешно зацепване и (-) при външно (разглежданият случай) зацепване на центроидните колела. Изразите (6) и (8) представляват полярни параметрични уравнения на задвижваната центроида от които след изключване на  $\varphi_1$  се получава полярното ѝ уравнение  $r_2 = r_2(\alpha_2)$ , като се вземе предвид,

$$\alpha_2 = -\varphi \quad (9)$$

При заместване на (2) в условия (6) и (8) се стига до системата уравнения

$$\begin{aligned} r_2 &= A - a \frac{1 - \varepsilon^2}{1 - \varepsilon \cos[z_1 \cdot (-\varphi_1)]} \\ \varphi_2 &= \int_0^{\varphi_1} \frac{a \frac{1 - \varepsilon^2}{1 - \varepsilon \cos[z_1 \cdot (-\varphi_1)]}}{A - a \frac{1 - \varepsilon^2}{1 - \varepsilon \cos[z_1 \cdot (-\varphi_1)]}} d\varphi_1 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\alpha_2 = -\varphi_2 .$$

След математически преобразувания на подинтегралната функция от второто уравнение на (10) и полагаането  $b = a(1 - \varepsilon^2)$  се получава

$$\begin{aligned} r_2 &= A - a \frac{1 - \varepsilon^2}{1 - \varepsilon \cos[z_1 \cdot (-\varphi_1)]} \\ \varphi_2 &= \int_0^{\varphi_1} \frac{b}{A[1 - \varepsilon \cos(z_1 \varphi_1)] - b} d\varphi_1 \end{aligned}$$



$$\alpha_2 = -\varphi_2 \quad (11)$$

Интегрирането на второто уравнение от (11) в зададените граници дава явната функция

$$\varphi_2 = -2b \frac{\operatorname{arctgh} \left( \frac{(A\varepsilon + A - b) \tan(z_1 \varphi_1)}{\sqrt{(A\varepsilon - A + b)(A\varepsilon + A - b)}} \right)}{z_1 \sqrt{(A\varepsilon - A + b)(A\varepsilon + A - b)}}. \quad (12)$$

Въз основа на (11) и (12) може да се запише системата

$$r_2 = A - a \frac{1 - \varepsilon^2}{1 - \varepsilon \cos[z_1 \cdot (-\varphi_1)]}$$

$$\varphi_2 = -2b \frac{\operatorname{arctgh} \left( \frac{(A\varepsilon + A - b) \tan(z_1 \varphi_1)}{\sqrt{(A\varepsilon - A + b)(A\varepsilon + A - b)}} \right)}{z_1 \sqrt{(A\varepsilon - A + b)(A\varepsilon + A - b)}} \quad (13)$$

$$\varphi_2 = -\alpha_2,$$

от която след изразяване на  $\varphi_1$  от второто уравнение и заместването в първото, имайки предвид и третото равенство, се получава полярното уравнение на профила на задвижваното колело.

$$r_2(\alpha_2) = A - a \times \frac{1 - \varepsilon^2}{1 - \varepsilon \cos} \times$$

$$\times \left\{ \frac{1}{\operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tgh} \left[ \frac{z_1(-\alpha_2)K}{2b} \right] \cdot K}{A\varepsilon + A - b}} \right\} \quad (14)$$

където:

$$K = \sqrt{(A\varepsilon - A + b)(A\varepsilon + A - b)}.$$

В изразът (14) участват параметрите  $z_1, \varepsilon, a, A$  от които неизвестно е само междуосевото разстояние  $A$ , чието намиране е описано в следващата точка от настоящата работа.

### 3.ОПРЕДЕЛЯНЕ МЕЖДУОСЕВТОТО РАЗСТОЯНИЕ ПРИ ЗАДАДЕН БРОЙ ЗЪБИ НА КОЛЕЛАТА

За последващите разглеждания е необходимо въвеждане на понятието „средно предавателно отношение“ което ще се бележи с  $u_{12}$ . Средното предавателно отношение дава една средна стойност около която се колебае  $i_{12}$  :

$$u_{12} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{n_1}{n_2}, \quad (15)$$

където  $n_1$  и  $n_2$  са броят на пълните завъртания (обороти) на колелата от предавката.

Един от начините за намиране намирането на междуосевото разстояние  $A$  е следният: Като се има предвид (15) при  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 1 \cdot \frac{z_2}{z_1}$ , т.е. когато задвижващото колело направи един оборот задвижваното ще направи  $\frac{z_2}{z_1}$  оборота. За един оборот ъгълът  $\varphi_1$  се изменя от 0 до  $2\pi$ , като ъгълът  $\varphi_2$  ще достигне стойност  $\frac{z_1}{z_2} \cdot 2\pi$ . Следователно изразът (8) може да се запише като

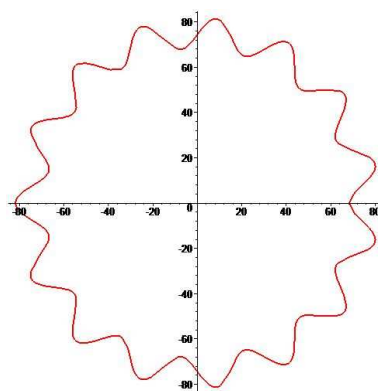
$$\frac{z_1}{z_2} \cdot 2\pi = \int_0^{2\pi} \frac{r_1(\varphi_1)}{A \pm r_1(\varphi_1)} d\varphi_1. \quad (16)$$

Имайки предвид (12) се получава

$$\frac{z_1}{z_2} \cdot 2\pi = -2b \frac{1}{z_1 \sqrt{-A^2 + 2Ab + A^2\varepsilon - b}} \times$$

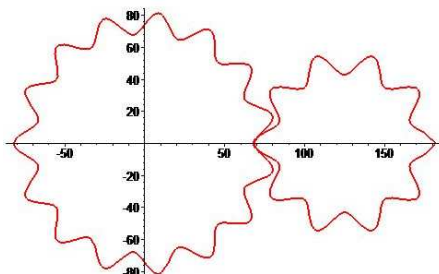
$$\times \operatorname{arctgh} \frac{(A + A\varepsilon - b) \operatorname{tg}(z_1 \pi)}{\sqrt{-A^2 + 2Ab + A^2\varepsilon - b}}. \quad (17)$$

От равенството (17) при известни  $z_1, z_2, \varepsilon, a$  може да се намери стойността на  $A$ , с което еднозначно се дефинира уравнението (14). Профилът на второто колело от предавката даден на фиг.2.



фиг.2

Схема на центроиден механизъм от многовърхови елиптични колела е даден на фиг.3.



фиг.3

#### 4.ЗАКЛЮЧЕНИЯ

Настоящият труд е продължение на работата [1], като доразвива идеите за синтез и анализ на механизми с центроидни колела, а именно синтез и анализ при средни предавателни отношения различни от единица. За определяне на междусеовото разстояние на предавката други автори [4] използват значително утежнен математически апарат, включващ и развитие на аналитичните

функции, необходими за синтеза в редове. В т. 3 от настоящата работа междусеовото разстояние е определено посредством аналитична функция изведена от средното предавателно отношение.

Изведен е математичен модел за геометричен синтез на центроидни зъбни механизми съставени от многовърхови елиптични колела със зададен брой зъби и стойности на параметрите на елипсата, по която са описани. Визуализирани са геометричните модели на колелата и механизмът съставен от тях.

#### Литература

1. Гълъбов В., Стоичков К. Центроидни механизми с еднакви многовърхови елиптични колела. Механика на машините сп. бр.94 стр.59-63. Варна 2011.
2. Гълъбов В. Върху синтеза, анализа и производство на некръгли зъбни колела. Дисертация за к.т.н. ВМЕИ-София 1975, 2.
3. Литвин Л. Теория зубчатых зацеплений. Москва 1972.
4. Konstantinov M. Synthese Ziclicher Walzkurvengetriebe. XII Intern. Koll. TH Ilmenau Vortragsreihe „Getriebe-technik undGeratebau“.

## CENTRODE TYPE MECHANISM WITH DIFFERENTLY MULTY-LOBE ELLIPTICAL GEARS

Kostadin STOICHKOV

Theory of mechanism and machines department, Technical university-Sofia, Bulgaria  
e-mail: [kks@tu-sofia.bg](mailto:kks@tu-sofia.bg)

**Abstract:** In the work is make synthesis of centrode type mechanism with differently gears. The synthesis is make by known polar equation of once from gears and middle ratio with constant value. Given is rational method for finding distance between the axes of gears.

**Key words:** synthesis, centroid type mechanism

## MODELING AND PATH TRACKING CONTROL OF AN ARTICULATED WHEELED MOBILE ROBOT

Plamen PETROV

Automation of discrete production dept., Technical University -Sofia, Bulgaria

e-mail: [ppetrov@tu-sofia.bg](mailto:ppetrov@tu-sofia.bg)

**Abstract:** This paper proposes a kinematic model and path tracking controller for an articulated wheeled mobile robot. A specific feature of this kind of mobile robots is that although the kinematics was proven to be flat, to apply a feedback control based on the flat coordinates of the system, one must overcome the difficulties associated with the problem of finding functions that generate these coordinates for articulated vehicles with off-axle (kingpin) hitching. Moreover, a reference point with coordinates corresponding to the flat output of the system is not stationary with respect to the robot body and in this case, simplified control designs are even more desirable from a practical point of view. In this paper, we first derive a kinematic model of the nonholonomic articulated mobile robot appropriate for feedback control applications. After change of coordinates and input combined with a new variable instead of the time-index the original system is transformed into a form that can be viewed as a perturbed nonlinear system with vanishing perturbation which satisfies a linear growth bound. A linear feedback path tracking control is designed which under certain conditions, achieves local exponential stability of the closed-loop perturbed system. Simulation results illustrate the effectiveness of the proposed controller.

**Keywords:** Articulated wheeled mobile robot, nonholonomic system, kinematic model, path tracking, linear feedback

### 1.INTRODUCTION

During the last two decades, significant advances have been made in designing controllers for mobile robots. Various control solutions for path tracking of unicycle [1,2] or car-like mobile robots [3,4] have been reported in the literature. A specific feature of this kind of nonholonomic robots without trailers is that their kinematic model is flat and easy convertible into canonical chain form [5], which permits control design based on the full-order model, and may considerably facilitate the control design procedure. Although, the kinematic model of the articulated mobile robot was proven to be flat, [6], and can be converted into chained form, to apply a feedback control based on the chained form representation of the system, we must overcome the difficulties associated with the problem of finding functions that generate a chained set of coordinates for articulated wheeled mobile robots with off-axle (kingpin) hitching. This control will be also expressed in the chained form coordinates that usually leads complex expressions for the coordinate transformations, especially for articulated robots. Moreover, since the flat output represents the coordinates of a reference point that does not belong to the robot and changes its position relative to the robot body during the turning

maneuver, simplified control designs are even more desirable from a practical point of view.

While the problem of controlling mobile robots without trailers has attracted a great deal of attention, the problem of controlling articulated vehicles has seldom been addressed in the literature. The importance of designing controllers for articulated vehicles arises from many applications, for example, automatic control of load-dump-haul mining vehicles. A path-tracking controller based on the tangent linearization of a kinematic vehicle model has been proposed in [7]. It should be noted that, when the control design procedure is based on the reduced order model, the stability of the internal dynamics depends on the direction of motion of the vehicle. To overcome this problem, an alternative is a control scheme based on the use of an alternate reference point for forward and backward driving located at the front and rear vehicle units, respectively. This idea was applied in [8], and a stabilizing controller for the parking problem of a load-haul-dump vehicle has been proposed. Another alternative is path following controllers based on the use of two guide points simultaneously [9].

In this paper, we present a feedback path tracking controller for an articulated wheeled mobile robot. First, a kinematic model of the vehicle is derived. After preliminary change of coordinates an input

combined with a new variable instead of the time-index, we arrive at a system that can be viewed as a perturbed nonlinear system with vanishing perturbation which satisfies a linear growth bound. A linear state feedback is then designed to the full nonlinear system and under certain conditions, local exponential stability of the origin for the closed-loop perturbed system is achieved. The rest of the paper is organized as follows: In Section 2, a kinematic model of the articulated mobile robot is derived. In Section 3, the design of the proposed controller and stability analysis are given. Simulation results are presented in Section 4. Section 5 contains some conclusions.

## 2.KINEMATIC MODEL

A schematic view of the articulated wheeled mobile robot considered in this paper is shown in Fig. 1. The robot has a front and rear body which can

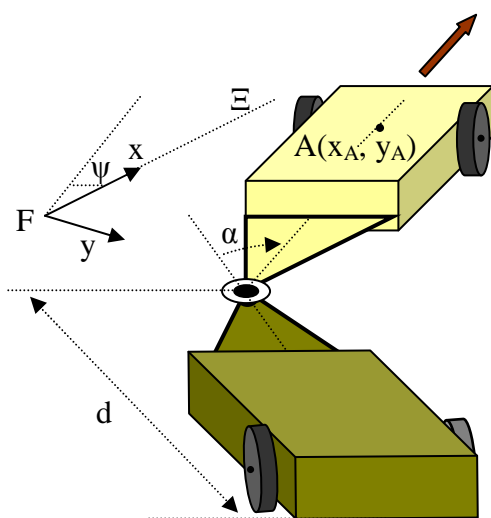


fig.1 Articulated wheeled mobile robot geometry

rotate relative to each other. The wheels are fixed to remain parallel with the body of the robot. The steering is achieved by driving the articulation joint located midway between the front and rear wheel axles. The angle  $\alpha$  is defined as the articulation angle of the vehicle and is equal to the difference between the orientation of the two robot units. The lengths of

the robot units are equal to  $d$ . Using the coordinates  $(x_A, y_A)$  of the reference point  $A$  placed in the middle of the front wheel axle with respect to an inertial coordinate frame  $Fxy$ , the configuration of the system is described by four generalized coordinates,  $q = [x_A, y_A, \psi, \alpha]^T$  where  $\psi$  is the orientation of the front unit with respect to  $Fxy$ . The nonholonomic constraints can be written in the form

$$B(q)\dot{q} = 0 \quad (1)$$

where  $B$  is a  $2 \times 4$  matrix of the form

$$B = \begin{bmatrix} -\sin\psi & \cos\psi & 0 & 0 \\ -\sin(\psi - \alpha) & \cos(\psi - \alpha) & -d(1 + \cos\alpha) & d \end{bmatrix}. \quad (2)$$

The equations (1) can be converted into an affine driftless control system

$$\dot{q} = C(q)\xi \quad (3)$$

where the columns of the  $4 \times 2$  matrix  $C$

$$C(q) = \begin{bmatrix} \cos\psi & 0 \\ \sin\psi & 0 \\ \sin\alpha & 1 \\ \frac{d(1 + \cos\alpha)}{0} & \frac{1 + \cos\alpha}{1} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

form a basis in the null space of matrix  $B$ ; the control inputs are

$$\xi = \begin{bmatrix} v_A \\ w_\alpha \end{bmatrix} \quad (5)$$

where  $v_A$  is the velocity of point  $A$ , and  $w_\alpha = \dot{\alpha}$ .

The path tracking geometry used in this paper is represented in Fig. 1. Consider the articulated robot moving on a flat surface. We assume that the reference path  $\Xi$  is a straight line which coincides with the  $x$ -axis of the frame  $Fxy$  chosen for simplicity of exposition. In this case, using the parameterization  $(y, \psi)$  and given a path  $\Xi$ , the path tracking problem consists in finding a feedback control law for the system obtained from the last three equations of (3)

$$\begin{aligned} \dot{y} &= v_A \sin\psi \\ \dot{\psi} &= \frac{\sin\alpha}{d(1 + \cos\alpha)} v_A + \frac{1}{1 + \cos\alpha} w_\alpha \\ \dot{\alpha} &= w_\alpha \end{aligned} \quad (6)$$

with control input  $w_\alpha$ , such that the state vector

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

as  $t \rightarrow \infty$ .

### 3.CONTROL DESIGN

In this section, we present a path tracking controller for the articulated mobile robot described by the nonlinear system (6). We assume that the robot velocity  $v_A(t)$  of the robot is positive, bounded, and does not converge to zero.

We propose the following state transformation from  $[y, \psi, \alpha]^T$  to  $[\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3]^T$

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= y \\ \lambda_2 &= d(\psi - \tan(\frac{\alpha}{2})) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\lambda_3 = \tan(\frac{\alpha}{2})$$

and input transformation

$$\mu = \frac{1}{2 \cos^2(\frac{\alpha}{2})} w_\alpha, \quad (9)$$

which transforms the system (6) in the form

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_1 &= v_A \sin(m\lambda_2 + \lambda_3) \\ \dot{\lambda}_2 &= v_A m \lambda_3 \\ \dot{\lambda}_3 &= \mu. \end{aligned} \quad (10)$$

where  $m = 1/d$ .

Furthermore, since  $v_A(t)$  is assumed to be strictly positive, to obtain time-invariant system, the differentiation with respect to time is replaced by differentiation with respect to  $l$ , ( $dl = v_A dt$ ), where  $l$  is the real path length drawn by the vehicle reference point A. In that way, we express the vehicle equations of motion in terms of  $l$  and denoting by the symbol “ $\prime$ ” the derivation with respect to  $l$ , the system (10) can be written in the form

$$\begin{aligned} \lambda_1' &= \sin(m\lambda_2 + \lambda_3) \\ \lambda_2' &= \lambda_3 \\ \lambda_3' &= \zeta \end{aligned} \quad (11)$$

where  $\zeta = \mu/v_A$ .

It should be noted that the linear approximation of (11) at  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$  is controllable. Then, any linear feedback which asymptotically stabilizes the linear approximation, achieves asymptotic stability of the nonlinear system (11) at least locally. However, in this paper, we study the possibility of stabilizing the nonlinear system (11) by linear feedback. Of course, as long as linear feedback is applied, in general, a global result cannot be obtained. However, from a practical point of view, what we really need is that the region of attraction be sufficiently large. Our approach to the problem of stabilizing the system (11) is based on the strategy to study stability of perturbed nonlinear systems. In our case, the system (11) can be viewed (this will be shown later) as a perturbation of a linear time-invariant system. The nonlinear term in the perturbed system satisfies a linear growth bound. The idea behind this approach is to use a Lyapunov function for the nominal linear system as a Lyapunov function candidate for the perturbed system. To form a linear part in (11), which is in controllable canonical form, we rewrite (11) in the form

$$\lambda' = F\lambda + e\zeta + g(\lambda) \quad (12)$$

where

$$\begin{aligned} \lambda &= \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ e &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad g = \begin{bmatrix} \sin(m\lambda_2 + \lambda_3) - \lambda_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (13)$$

In (12), the nominal linear system  $\lambda' = F\lambda + e\zeta$  is in controllable canonical form. The vector  $g(\lambda)$  incorporates all the nonlinearities and  $g(0) = 0$ . It can be shown that the term  $g(\lambda)$  satisfies the linear growth bound as follows

$$g(\lambda) \leq 2(1 + 0.5(m+1))^{1/2} \|\lambda\| = \psi \|\lambda\| \quad (14)$$

where  $\psi = 2(1 + 0.5(m+1))^{1/2}$  is a positive constant.

Based on equations (12), we propose a linear feedback control in the form

$$\zeta = - \sum_{i=1}^3 k_i \lambda_i \quad (15)$$

where  $k_1, k_2, k_3$  are positive gains.

The closed-loop system is given as

$$\lambda' = F_o \lambda + g(\lambda) \quad (16)$$

where  $F_o$  is a stability matrix.

To establish that  $\lambda = 0$  is an exponentially stable equilibrium point for the closed-loop system (16), we use a quadratic Lyapunov function candidate

$$V = y^T P y \quad (17)$$

Since  $F_o$  is Hurwitz matrix, the derivative of  $V$  along the trajectories of (16) is obtained as

$$V' = \frac{\partial V}{\partial \lambda} \lambda' = -\lambda^T Q \lambda + 2\lambda^T P g(\lambda) \quad (18)$$

where  $P$  and  $Q$  are symmetric positive definite matrices, and  $P$  is the solution of the Lyapunov equation

$$F_o^T P + P F_o = -Q \quad (19)$$

Using the inequalities

$$\rho_{\min}(P) \|\lambda\|^2 \leq \lambda^T P \lambda \leq \rho_{\max}(P) \|\lambda\|^2 \quad (20)$$

and

$$\rho_{\min}(Q) \|\lambda\|^2 \leq \lambda^T Q \lambda \leq \rho_{\max}(Q) \|\lambda\|^2 \quad (21)$$

where  $\rho_{\min}(P)$ ,  $\rho_{\max}(P)$  and  $\rho_{\min}(Q)$ ,  $\rho_{\max}(Q)$  denote the smallest and largest eigenvalues of  $P$  and  $Q$ , respectively, we obtain

$$V' \leq -\rho_{\min}(Q) \|\lambda\|^2 + 2\|P\| \|\lambda\| \|g(\lambda)\| \quad (22)$$

$$\leq (-\rho_{\min}(Q) + 2\rho_{\max}(P)\psi) \|\lambda\|^2$$

Hence,  $V'$  will be negative definite if

$$-\rho_{\min}(Q) + 2\rho_{\max}(P)\psi < 0. \quad (23)$$

If inequality (23) holds, by Lemma 4.5 [10], we conclude that the equilibrium point  $\lambda = 0$  is an exponentially stable equilibrium point for the system (16). It should be noted that we use the growth bounds (14) as only information on  $g(\lambda)$  and we proceed with the “worst-case analysis” which leads to conservative bound for the nonlinear perturbation term. As a consequence, we should be careful not to overemphasize such a bound, because it could be conservative for a given perturbation.

#### 4. SIMULATION RESULTS

Simulation results were performed to illustrate the effectiveness of the proposed controller. The algorithm developed in Section 3 was implemented in MATLAB. A rectilinear reference path was chosen for the simulations. The length of the robot unit was  $d = 1m$ . The control parameters were:  $k_1 = 1$ ,  $k_2 =$

3 and  $k_3 = 5$ . Simulation results of the planar path  $y$  in the  $x$ - $y$  plane, orientation  $\psi$ , and joint angle  $\alpha$  with initial conditions  $y_A(0) = -1m$ ,  $\psi(0) = -0.5$  rad and  $\alpha(0) = 0$  are depicted in Fig. 2, Fig. 3 and Fig. 4, respectively. The results of the simulation verify the validity of the proposed control law.

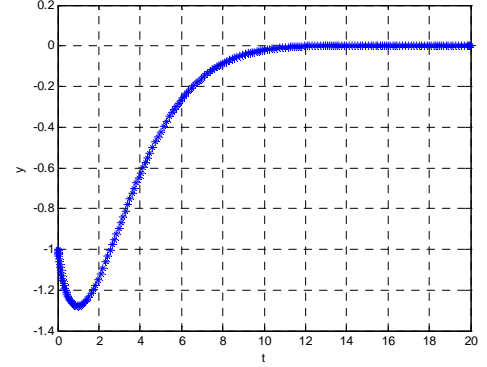


fig. 2 Evolution of the planar path in  $Fxy$

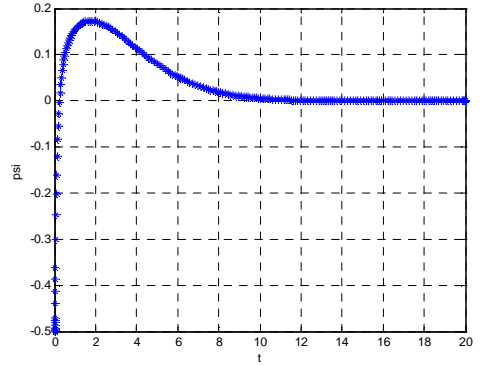


fig.3 Evolution of the mobile robot orientation  $\psi$

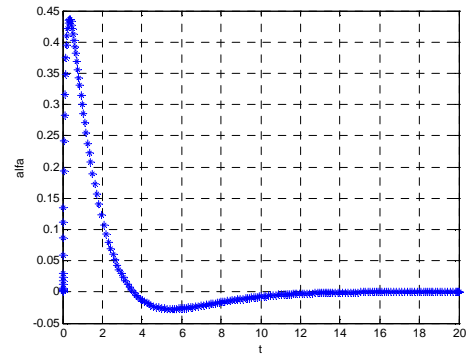


fig.4 Evolution of the joint angle  $\alpha$

## 5. CONCLUSION

In this paper, we address the path tracking problem for an articulated wheeled mobile robot. We propose a change of coordinates and input combined with a new variable instead of the time-index that transform the original system into a form that can be viewed as a perturbation of a linear time-invariant system described in controllable canonical form. A linear feedback control is applied to the full nonlinear system and local exponential stability is achieved under certain conditions. Our future work will address the problems associated with the dynamical extension of the proposed controller in the presence of uncertainty in the dynamic model of the robot.

### References

1. **Do K., Jiang Z., Pan J.** A global output-feedback controller for simultaneous tracking and stabilization of unicycle-type mobile robots, in *IEEE Trans. Rob. Automation*, Vol. 20, Issue 3, pp. 589 – 594, 2004.
2. **Petrov P., Dimitrov L.**, Nonlinear path control for a differential drive mobile robot, in *Recent*, Vol. 11, No 1, pp. 41 – 45, 2010.
3. **Hwang C., Chang L.**, Trajectory tracking and obstacle avoidance of car-like mobile robots in an intelligent space using mixed  $H_2/H_\infty$  decentralized control, in *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, Vol. 12, Issue 3, pp. 345 – 352, 2007.
4. **Petrov P., Dimitrov L.**, Path control with input Saturation for reversing a car-like mobile robot, in *Proc. ICEST*, pp. 619 – 621, 2010.
5. **Murray R., Sastry S.**, Nonholonomic motion planning: steering using sinusoids, in *IEEE Trans. Aut. Control*, Vol. 38, No.5, pp. 700 -716, 1993.
6. **Rouchon P., Fliess M., Levine J., Martin P.**, Flatness, motion planning and trailer systems, in *Proc. IEEE CDC*, pp. 2700 – 2707, 1993.
7. **Hurteau R., St-Amant M., Chevrette G.**, Optical guidance system for underground mine vehicles, in *Proc. IEEE Rob. Automation*, pp. 639-644, 1992.
8. **Petrov P., Lafontaine J., Tétreault M.**, Hybrid feedback control for the parking problem of a load-haul-dump mine vehicle, in *Proc. IEEE/RSJ Intell. Rob. Systems*, pp. 1907-1912, 1998.
9. **Altafini C.**, A path-tracking criterion for an LHD Articulated vehicle, in *Int. J. Rob. Research*, Vol.18, pp.435-441, 1999.
10. **Khalil H.**, *Nonlinear systems*, Macmillan, New York, 1992.