

# Българско списание за Инженерно ПРОЕКТИРАНЕ

Брой №36, юли 2018г.

## ЦЕЛ И ОБХВАТ

„Българско списание за инженерно проектиране” е периодично научно списание с широк научен и научно-приложен профил. Целта му е да предостави академичен форум за обмен на идеи между учените, изследователите, инженерите, потребителите и производителите, работещи в областта на машиностроенето, транспорта, логистиката, енергетиката, технологиите, съвременното компютърно проектиране, а също така и в областта на различни интердисциплинарни научни и научно-приложни проблеми. Издателите приветстват научни публикации с високо качество и значими научни, научно-приложни и творчески приноси.

## РЕДАКЦИОННА КОЛЕГИЯ

### Председател

**Б. Григоров**, ТУ-София, България

<b>М.Т.Георгиев</b>	ТУ-София, България	<b>К.Деметрашвили</b>	ТУ, Тбилиси, Грузия
<b>Г.Дюкенджиев</b>	ТУ-София, България	<b>С.Симеонов</b>	ТУ, Бърно, Чехия
<b>М.Денчев</b>	ТУ-София, България	<b>В.Николич</b>	Университет в Ниш, Сърбия
<b>И.Малаков</b>	ТУ-София, България	<b>А.Янакиев</b>	Nottingham Trent University, UK
<b>П.П.Петров</b>	ТУ-София, България	<b>Н.Чернев</b>	University of Auvergne, France
<b>В.Панов</b>	ТУ-София, България	<b>В.Лepadatescu</b>	Transilvania University of Brashov, Romania
<b>М.З.Георгиев</b>	ТУ-София, България	<b>N.Zrnic</b>	University of Belgrad, Serbia
<b>Н.Л.Николов</b>	ТУ-София, България	<b>М.Jovanovic</b>	University of Nish, Serbia
<b>М.Георгиев</b>	МГТУ Станкин, Москва, Россия	<b>D.Michalopoulos</b>	University of Patras, Greece
<b>В.Христов</b>	ЮЗУ „Н.Рилски” Благоевград, България	<b>N.Kubota</b>	Tokyo Metropolitan Univer- sity, Japan
<b>Ch.Apostolopoulos</b>	University of Patras, Greece	<b>С.Емельянов</b>	Юго-Западный гос. уни- верситет, Курск, Россия
<b>Л.Червяков</b>	Юго-Западный гос. уни- верситет, Курск, Россия	<b>В.Спасов</b>	ВТУ „Т.Каблешков“, Со- фия, България
<b>О.Лисовиченко</b>	Национален технически университет, Украйна	<b>В.Кирилович</b>	Житомирски държавен технологичен университет, Украйна

### Редактор

**Р.Митрев**, ТУ-София, България

**Издател:** Машиностроителен факултет, Технически университет-София. ISSN 1313-7530; **Адрес на редакцията:** София, бул.Климент Охридски №8, Технически Университет-София, бл.4, Машиностроителен факултет; **Електронна версия:** [bjed.tu-sofia.bg](http://bjed.tu-sofia.bg).

Списанието се индексира в Index Copernicus: [www.indexcopernicus.com](http://www.indexcopernicus.com)

Всички статии в списанието се рецензират от членове на редакционната колегия и външни специалисти.

# Bulgarian journal for **Engineering Design**

**issue №36, July 2018**

## AIM AND SCOPE

Bulgarian Journal for Engineering Design is a periodical scientific issue covering wide scientific and application areas of engineering activities. The aim of the journal is to provide an academic forum for exchange of ideas and information between scientists, engineers, manufacturers and customers working in the spheres of mechanical engineering, transport, logistics, power engineering, modern computer – aided design and technology and solving different interdisciplinary scientific and applied problems. The editors welcome articles of substantial quality bearing significant contribution to the engineering knowledge.

## EDITORIAL BOARD

### Chairman

**B.Grigorov**, TU-Sofia, Bulgaria

<b>M.T.Georgiev</b>	TU-Sofia, Bulgaria	<b>K.Demetrashvili</b>	TU, Tbilisi, Georgia
<b>G.Diukendzhiev</b>	TU-Sofia, Bulgaria	<b>S.Simeonov</b>	TU, Brno, Czech Republic
<b>M.Denchev</b>	TU-Sofia, Bulgaria	<b>V.Nikolich</b>	Nish university, Serbia
<b>I.Malakov</b>	TU-Sofia, Bulgaria	<b>A.Ianakiev</b>	Nottingham Trent University, UK
<b>P.P.Petrov</b>	TU-Sofia, Bulgaria	<b>N.Chernev</b>	University of Auvergne, France
<b>V.Panov</b>	TU-Sofia, Bulgaria	<b>B.Lepadatescu</b>	Transilvania University of Brashov, Romania
<b>M.Z.Georgiev</b>	TU-Sofia, Bulgaria	<b>N.Zrnic</b>	University of Belgrad, Serbia
<b>N.L.Nikolov</b>	TU-Sofia, Bulgaria	<b>M.Jovanovic</b>	University of Nish, Serbia
<b>M.Georgiev</b>	MGTU Stankin, Moscow, Russia	<b>D.Michalopoulos</b>	University of Patras, Greece
<b>V.Hristov</b>	SWU „N.Rilski” Blagoevgrad, Bulgaria	<b>N.Kubota</b>	Tokyo Metropolitan University, Japan
<b>Ch. Apostolopoulos</b>	University of Patras, Greece	<b>S.Emelianov</b>	South West State University, Kursk, Russia
<b>L.Cherviakov</b>	South West State University, Kursk, Russia	<b>V.Spassev</b>	VTU „T.Kableshkov“, Sofia, Bulgaria
<b>O.Lisovychenko</b>	National technical university, Ukraine	<b>V.Kirilovich</b>	Zhytomyr state technological university, Ukraine

### Editor

**R.Mitrev**, TU-Sofia, Bulgaria

**Publisher:** Mechanical Engineering Faculty, Technical University-Sofia. ISSN 1313-7530; **Publisher Address:** Bulgaria, Sofia, Kliment Ohridski blvd. №8, Technical University-Sofia, Mechanical engineering faculty; **Electronic version:** [bjed.tu-sofia.bg](http://bjed.tu-sofia.bg).

The journal is indexed in Index Copernicus: [www.indexcopernicus.com](http://www.indexcopernicus.com)

All papers are reviewed by the members of Editorial Board and by external specialists.

Съдържание:

<b>Изследване на комплект машини за механизация на земекопно-транспортните работи с отчитане на неопределеността: Част I – Дефиниране на стохастичен математически модел.....</b>	<b>5</b>
Р.Митрев	
<b>Изследване на комплект машини за механизация на земекопно-транспортните работи с отчитане на неопределеността: Част II – Вероятностно-статистически характеристики....</b>	<b>15</b>
Р.Митрев	
<b>Синтез оптимальных по расходу топлива управлений одним классом линейных нестационарных систем.....</b>	<b>25</b>
А.Стенин, О.Лисовиченко, И.Шитикова	
<b>Моделно ориентиран подход за управление на модификациите.....</b>	<b>31</b>
П.Горанов, Е.Тодорова, Д.Георгиева	
<b>Решаване на задачата за оптимално формиране на комплект земекопно-транспортни машини чрез метода на статистическото моделиране.....</b>	<b>35</b>
Р.Митрев	
<b>Анализ и систематизация на нормативната база за съоръжения под налягане .....</b>	<b>43</b>
А.Дишкелов	



## ИЗСЛЕДВАНЕ НА КОМПЛЕКТ МАШИНИ ЗА МЕХАНИЗАЦИЯ НА ЗЕМЕКOPHO-TRANCПOPTHИТЕ РАБОТИ С ОТЧИТАНЕ НА НЕОПРЕДЕЛЕНОСТТА: ЧАСТ I – ДЕФИНИРАНЕ НА СТОХАСТИЧЕН МАТЕМАТИЧЕСКИ МОДЕЛ

**Росен МИТРЕВ**

катедра „Инженерна логистика, подемно-транспортна и строителна техника”, Технически университет - София,  
България  
e-mail: [rosenm@tu-sofia.bg](mailto:rosenm@tu-sofia.bg)

**Резюме:** В работата е предложен математически модел за определяне на техническите и технико-икономическите характеристиките на комплект машини „челен товарач-автосамосвал“ за автоматизация на земекопно-транспортни или товаро-разтоварни работи. Моделът позволява да се определят производителностите на товарача и на системата от автосамосвали, производителността на целия комплект, продължителността за извършване на определено количество работа, а също така и да се определят експлоатационните разходи, приходите и печалбата при експлоатация на комплекта. Дефинирани са входните параметри и вида на техните вероятностни разпределения. Окончателният избор на броя самосвали се извършва въз основа на сравнителен анализ по определени относителни показатели.

**Ключови думи:** комплект машини, математически модел, неопределеност

### 1. ВЪВЕДЕНИЕ

Комплексната механизация на земекопно-транспортните и товаро-разтоварни работи в строителството и минната индустрия се извършва чрез рационален избор на комплект машини, извършващи взаимосвързани работи в технологичния процес. Изборът следва да осигури тяхното съгласуване по технически и технико-икономически показатели – височина, производителност, товароподемност, обеми на работни органи и др. [2]. В комплекта машини, водещите машини изпълняват основната технологична операция и определят темпа и ритъма на работа на спомагателните машини. Чрез подходящи математически модели на комплекта могат да се изчислят технико-икономическите характеристики, да се определи експлоатационно-технологичната надеждност и степента на рационално използване на техническите ресурси [5].

Един широко използван в строителството комплект машини за извършване на земекопно-транспортни и товаро-разтоварни работи на открити площадки, в складове, на железопътни станции или пристанища е комплектът „челен товарач - автосамосвал“. Той се състои от машини с циклично действие: водещата машина е

челен товарач, а спомагателните машини са автосамосвали, които се натоварват от товарача. Основна задача при формиране на такъв комплект е да се подберат типът и типоразмерите на товарача и автосамосвала и впоследствие по зададени критерии да се определи оптималния брой автосамосвали, необходими за обслужване на товарача. В литературата са предложени детерминирани методики за оразмеряване на такава [3,4] и на сходни системи [13]. Методиките са с различна степен на сложност и отчитат различно количество фактори, влияещи върху техническите и технико-икономическите характеристиките – производителност [6,7,13], необходим брой спомагателни машини [3,9] и др. Основна особеност на детерминираниите методики е, че те използват детерминирани, точно определени стойности за величините, чрез които се пресмятат техническите и технико-икономическите характеристики както на машините поотделно, така и на комплекта като цяло. За редица емпирични коефициенти, геометрични разстояния и обеми др., характеризиращи различни технически или организационни аспекти на експлоатацията на машините, комплекта или околната среда, различни изследователи [1,10] са определили възможните граници на тяхното изменение при определени условия на работа. Разпространена

практика е приемането на средните стойности в тези интервали, в резултат на което за пресмятаните изходни характеристики се получават единични детерминирани стойности, за които се приема, че достатъчно точно характеризират експлоатационните комплекта.

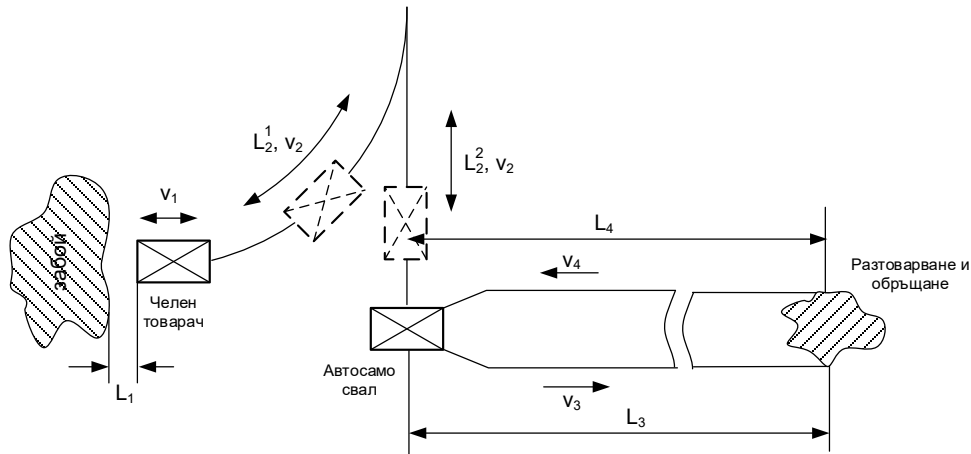
Детерминираният подход е лесен за приложение в изчислително отношение, но взимането на решения въз основа на единични стойности или на няколко пресметнати варианта с различни стойности на входните параметри не дава възможност за взимане на оптимални решения и оценка на реалните характеристики на системата. Той не отчита множеството възможни стойности на изходните характеристики, получени в резултат на стохастична промяна в определени граници на входните параметри, продиктувана от случайни фактори като променливи условия на работа и на околната среда, квалификацията и действията на оператора, техническо състояние на машините и др. Допълнителна неопределеност в изчисленията внася и неточността на математическия модел, обвързващ входните параметри и изходните характеристики на системата. Във връзка с това, още на етапа на проектиране на комплекта машини е необходимо отчитането на стохастичния характер на входните величини чрез задаването на вида и характеристиките на техните вероятностни разпределения. Основното предимство на този подход е, че при това могат да бъдат определени вероятностните характеристики на изходните величини и е възможна оценка на множество алтернативни състояния на системата, всяко от които може да се появи с определена вероятност. От особена важност е и факта, че такива важни технико-икономически показатели като времето за изпълнение на определено количество работа, производителността на комплекта и печалбата при експлоатацията могат да бъдат оценени от вероятностна гледна точка, като получените стойности могат да се използват и при сключване на договорни отношения.

Един широко използван подход за оразмеряване на технологични комплекти от машини и отчитане на вероятностния характер на взаимодействието на водещата и спомагателните машини е чрез методите на теорията на масовото обслужване [2,9,11,14], но известните аналитични зависимости са приложими само при определени

условия и вид на системата. В настоящата работа се предлага използването на метода на статистическото моделиране (метод Монте Карло) [8,15] за определяне на характеристиките на комплекта машини. Във връзка с казаното се формулира и целта на работата – да се разработи и изследва математически модел на комплект машини „челен товарач - автосамосвали“, който да позволява отчитане на стохастичния характер както на собствените параметри на елементите на системата, така и на параметрите на околната среда.

## 2. МАТЕМАТИЧЕСКИ МОДЕЛ НА КОМПЛЕКТ МАШИНИ „ЧЕЛЕН ТОВАРАЧ - АВТОСАМОСВАЛИ“

Товарачът и автосамосвалите са машини с циклично действие, поради което тяхната производителност зависи от конкретната схема на разположение и движение на машините. На фиг.1 е показана геометричната схема, а също така и характерните параметри – транспортни разстояния и скорости на движение. Разглежда се извършването на земекопно-транспортни работи в пясъчна кариера в която автосамосвали се натоварват чрез челен товарач. Използвана е схема, при която надлъжната ос на автосамосвала е разположен под  $90^0$  спрямо фронта на забоя, а натоварването му е странично. Основните технически параметри на товарача са: номинален обем на кофата  $q_{тов}$ , скорост на движение при изпълнение на работни операции  $v_1$ , скорост на движение при изпълнение на транспортни операции  $v_2$ . Техническите параметри на автосамосвала са: геометричен обем на каросерията:  $q_{сам}$ , скорост на движение при пълен самосвал  $v_3$ , скорост на движение при празен самосвал  $v_4$ . На фиг.1 са означени и следните разстояния:  $L_1$  – разстояние, изминавано от товарача с работна скорост при напълване на кофата;  $L_2^1$  и  $L_2^2$  – разстояния, изминавани от товарача с транспортна скорост при подхождане към автосамосвала;  $L_3$  – разстояние, изминавано от пълен автосамосвал със скорост  $v_3$ ;  $L_4$  – разстояние, изминавано от празен автосамосвал със скорост  $v_4$ .



фиг.1. Геометрична схема на разположението на товарача и транспортните средства

### 2.1. Определяне на експлоатационната производителност на товарача

При използване на зададените означения и техническите характеристики на товарача, експлоатационната производителност на товарача  $Q_{тов}$  се пресмята по следната зависимост [1,3,10,16]:

$$Q_{тов} = q_{тов} n_{тов} k_{ч} k_{с}^{тов} \frac{k_n}{k_p}, \text{ m}^3/\text{h} \quad (1)$$

където:  $k_{ч}$  - отношение на броя цикли или скорости в работни условия към номинално изчислените (коefficient на използване на производителността на машината);  $k_n$  - coefficient на напълване на кофата, който отчита нейното възможно препълване или недонапълване;  $k_p$  - coefficient на разрохкване на почвата, служи за привеждане на обема на изкопаната почва към плътно тяло;  $k_{с}^{тов}$  - coefficient на използване на товарача по време, представляващ дялът от работното време, използвано за извършване на технологични операции (т.е. без отчитане на престойте поради организационно-технически причини, поради техническо обслужване, отстраняване на откази и др.):

$$k_{с}^{тов} = \frac{T_{см}^{пол}}{T_{см}} < 1 \quad (2)$$

където:  $T_{см}^{пол}$  - продължителност на времето през работната смяна, през което се извършват технологични операции;  $T_{см}$  - продължителност на работната смяна.

$n_{тов}$  - брой извършени цикли от товарача за единица време. Определя се по следната зависимост:

$$n_{тов} = \frac{3600}{T_{тов}}, \text{ h}^{-1} \quad (3)$$

където  $T_{тов}$  е продължителността на работния цикъл на товарача (в секунди). Едно стандартно изискване при формиране на комплекта машини е водещата машина в комплекта (товарача) да не престоява. Продължителността на работния цикъл на товарача се определя като сума на продължителностите на отделните работни операции:

$$T_{тов} = 2t_1 + 2t_2 + t_3 + t_4, \text{ s} \quad (4)$$

където:  $t_1 = \frac{L_1}{V_1}$  - време за копаене и напълване на

кофата;  $t_2 = \frac{L_2^1 + L_2^2}{V_2}$  - време за подхождане към

транспортното средство и позициониране;  $t_3$  - време за повдигане на пълна кофа, изсипване и спускане на празна кофа;  $t_4$  - време за превключване на скоростите при смяна на посоката на движение и маневриране.

### 2.2. Определяне на експлоатационната производителност на автосамосвал

Експлоатационната производителност на автосамосвала  $Q_{сам}$  се пресмята по следната зависимост [1,3,10,16]:

$$Q_{сам} = q_{сам}^* n_{сам} k_{с}^{сам}, \text{ m}^3/\text{h} \quad (5)$$

където:  $k_g^{сам}$  – коефициент на използване на автосамосвала по време;  $q_{сам}^* = z q_{тов} \frac{k_n}{k_p}$  – реално натовареното в самосвала количество работен материал;  
 $z$  – брой кофи на товарача, с които се натоварва автосамосвала. Определя се по следната зависимост:

$$z = \min([z_{маса}], [z_{обем}]) \quad (6)$$

където чрез  $min$  е означена математическа операция, чрез която се избира по-малката от двете цели стойности, които се определят от съображения за недопускане на претоварване на автосамосвала по маса или обем. Определят се по следния начин:

$z_{обем}$  – брой необходими кофи за натоварване, пресметнати от обема на каросерията на самосвала:

$$z_{обем} = \frac{q_{сам}}{q_{тов} \frac{k_n}{k_p}} \quad (7)$$

Полученият брой кофи  $z_{обем}$  обикновено е дробно число, което следва да се закръгли до цяло число [руската книга за жп]. В случай, че числото се закръгли нагоре е възможно да се получи претоварване на автосамосвала, в случай че се закръгли надолу – недонатоварване. Закръгленият брой кофи  $[z_{обем}]$  се пресмята чрез следната зависимост, която определя посоката на закръгление:

$$[z_{обем}] = \begin{cases} \text{if } \frac{ROUND \uparrow (z_{обем})}{z_{обем}} > k_{обем}, \text{ then } ROUND \downarrow (z_{обем}) \\ \text{else } ROUND \uparrow (z_{обем}) \end{cases} \quad (8)$$

където чрез  $ROUND \uparrow$  означава закръгление нагоре до по-голямо цяло число, а  $ROUND \downarrow$  – закръгление надолу до по-малко цяло число. Чрез  $k_{обем}$  е означен допустимият коефициент на претоварване по обем на автосамосвала, чиято стойност е по-голяма от 1. Конкретната стойност следва да се избира с отчитане на факта, че стохастичния характер на останалите величини може да доведе до допълнително претоварване по обем.

Аналогично,  $z_{маса}$  – брой необходими кофи, пресметнати от ограничението по допустима маса на материала в автосамосвала:

$$z_{маса} = \frac{m_{сам}}{q_{тов} \frac{k_n}{k_p} \rho} \quad (9)$$

където:  $m_{сам}$  – допустима маса на почвата в каросерията на самосвала;  $\rho$  – плътност на почвата;

$$[z_{маса}] = \begin{cases} \text{if } \frac{ROUND \uparrow (z_{маса})}{z_{маса}} > k_{маса}, \text{ then } ROUND \downarrow (z_{маса}) \\ \text{else } ROUND \uparrow (z_{маса}) \end{cases} \quad (10)$$

$n_{сам}$  – брой извършени цикли от автосамосвала за единица време,  $h^{-1}$ :

$$n_{сам} = \frac{3600}{T_{сам}} \quad (11)$$

където  $T_{сам}$  е продължителността на работния цикъл на самосвала (в секунди).

Продължителността на работния цикъл на самосвала се определя като сума на продължителностите на отделните работни операции в цикъла, s:

$$T_{сам} = t_5 + t_6 + t_7 + t_8 + t_9 + t_{10} + t_{11} \quad (12)$$

където:  $t_5 = z T_{тов}$  – време за натоварване на самосвала, s;  $t_6 = \frac{L_3}{v_3}$  – време за пътуване на пълен

самосвал до мястото за разтоварване, s;  $t_7$  – време за маневриране и разтоварване на самосвала;  $t_8$  – време за маневриране и обръщане на посоката на движение на самосвала, s;  $t_9 = \frac{L_4}{v_4}$  – време за пъ-

туване до изходна позиция на празен самосвал, s;  $t_{10}$  – време за изчакване за приключване на натоварването на предния самосвал, s;  $t_{11}$  – време за позициониране на самосвала в позиция за натоварване, s;

### 2.3. Определяне на необходимия брой самосвали за обслужване на товарача

При определени вече производителности на товарача и на един автосамосвал, необходимият брой автосамосвали за обслужване на товарача се определя от следната зависимост [16]:



$$k = \text{ROUND} \uparrow \left( \frac{Q_{\text{тов}}}{Q_{\text{сам}}} \right) \quad (13)$$

като закръгляването до по-голямо цяло число осигурява определен запас по производителност.

#### 2.4. Определяне на производителността на комплекта

Поради стохастичния характер на величините, производителността на системата от автосамосвали може да бъде както по-голяма от производителността на товарача, така и по-малка. В случай, че сумарната производителност на системата от автосамосвали е по-малка от производителността на товарача, то ще са налице престои на товарача, получени поради изчакването на пристигане на автосамосвал за натоварване. В случай че сумарната производителност на системата от автосамосвали е по-голяма от производителността на товарача, то ще се натрупват автосамосвали, чакащи натоварване, а товарачът няма да престоява. Ако се съпоставят числените стойности на производителността на товарача и сумарната производителността на системата от автосамосвали, то във всеки един момент от време производителността на комплекта машини ще се определя от по-малката от двете производителности:

$$Q_{\text{сист}} = \min(Q_{\text{тов}}, kQ_{\text{сам}}) \quad (14)$$

#### 2.5. Време за извършване на зададено количество работа

При вече известна производителност на комплекта, зададено количество работен материал  $V$  може да се натовари и превози за време  $T$ :

$$T = \frac{V}{Q_{\text{сист}}} \quad (15)$$

#### 2.6. Разходи за експлоатация на комплекта машини

Разходите за единица време при експлоатация  $C$  на комплекта машини се формират като сума на разходите за експлоатация на товарача  $C_{\text{тов}}$  за единица време и разходите  $C_{\text{сам}}^k$  за експлоатацията на  $k$  броя автосамосвала за единица време [2]:

$$C = C_{\text{тов}} + C_{\text{сам}}^k \quad (16)$$

Разходите за единица време за експлоатация на автосамосвалите се разделят на:

1) Постоянни разходи  $C_{\text{пост}}$  при експлоатацията на един автосамосвал, не зависещи от изминатото разстояние;

2) Променливи разходи  $C_{\text{пром}}$  при експлоатацията на един автосамосвал, зависещи от изминатото разстояние:

$$C_{\text{пром}} = C_{\text{сам}}^L (L_3 + L_4) n_{\text{сам}} \quad (17)$$

като се приема, че разходите  $C_{\text{сам}}^L$  за измината единица разстояние при пълен и празен самосвал са еднакви.

Тогава, общите експлоатационни разходи за  $k$  самосвала са:

$$C_{\text{сам}}^k = k(C_{\text{пост}} + C_{\text{пром}}) \quad (18)$$

а сумарните експлоатационни разходи за единица време на комплекта машини придобиват следния вид:

$$C = C_{\text{тов}} + kC_{\text{пост}} + kC_{\text{сам}}^L (L_3 + L_4) n_{\text{сам}} \quad (19)$$

Приходите от експлоатацията на комплекта са пропорционални на количеството превозен материал, т.е. са в пряка зависимост от производителността на системата:

$$P = P_1 Q_{\text{сист}} \quad (20)$$

където  $P_1$  са приходите от превозването на  $1 m^3$  материал.

Печалбата за единица време при работата на комплекта ще бъде разлика между приходите и разходите:

$$H = P - C \quad (21)$$

### 3. ИЗХОДНИ ХАРАКТЕРИСТИКИ НА СИСТЕМАТА

В зависимост от поставените цели, като изходни характеристики на системата могат да се дефинират характеристики, даващи количествена оценка на възможностите на комплекта по различни показатели и използвани при сравняване на алтернативи и взимане на решения. Зависимостите в математическия модел позволяват да се определят вероятностните характеристики на изходните параметри като функция на входните параметри. В зависимост от характера им, изходните характеристики могат да се разделят на следните видове:

- 1) Техничко-икономически характеристики на системата:  $Q_{тов}, Q_{сам}, Q_{суст}$ ;
- 2) Технически характеристики на системата:  $k, n_{тов}, n_{сам}$ ;
- 3) Времеви характеристики на системата:  $T, T_{сам}, T_{тов}$ ;
- 4) Финансови характеристики на системата:  $C, H, P$ .

#### 4. КРИТЕРИЙ ЗА ОЦЕНКА НА АЛТЕРНАТИВНИ ВАРИАНТИ

Зависимостта (13) определя необходимия брой автосамосвали  $k$  от гледна точка на изравняване на производителността на товарача и производителността на системата от автосамосвали. Окончателният избор на броя автосамосвали, следва да се извърши въз основа на сравнителен анализ на различни алтернативни варианти, различаващи се по броя автосамосвали, и последваща оценка на характеристиките на системата за всеки от тях. Като критерии за избор могат да служат както частни критерии, характеризиращи определен аспект от поведението на комплекта ( $T, Q_{суст}, H$  и др.), така и обобщени критерии, обединяващи няколко частни критерия.

Един възможен вариант за определяне на броя автосамосвали  $k$  е сравнение на вариантите по следните два относителни показателя (критерия):

- Отношение на печалбата и времето за изпълнение на зададеното количество работа:

$$O = \frac{H}{T} \quad (22)$$

и избор на брой автосамосвали, за който критерият е положителен и има максимум.

- Себестойност на единица продукция – отношение на експлоатационните разходи за единица време и производителността на системата:

$$R = \frac{C}{Q_{суст}} \quad (23)$$

Съгласно този критерий следва да се избере варианта с най-ниска себестойност.

#### 5. ПОСТАНОВКА НА ЗАДАЧАТА ЗА СТОХАСТИЧНО МОДЕЛИРАНЕ НА КОМПЛЕКТА МАШИНИ

Моделирането и изследването на характеристиките на комплекта машини се извършва чрез метода на статистическото моделиране. Теоретичната основа на метода е Закона за големите числа, съгласно който ако в  $N$  независими опита при неизменни условия се наблюдават стойности  $r_1, r_2, \dots, r_N$  на случайната величина  $R$ , то при  $N \rightarrow \infty$  средно аритметичното на наблюдаваните стойности на случайната величина клони към нейното математическо очакване  $a$ , т. е. при всяко малко  $\varepsilon > 0$  е изпълнено [17]:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} P \left\{ \left| \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N r_i - a \right| \geq \varepsilon \right\} = 0 \quad (24)$$

Методът се основава на многократно итеративно провеждане на еднотипни симулационни експерименти с математически модел, в който входните параметри са случайни величини. Получените резултати за изходните характеристики на комплекта също имат вероятностен характер, поради което се обработват статистически и се определят числените характеристики на получените вероятностни разпределения. Провежданите симулационни експерименти са напълно независими един от друг, като за получаване на достоверни резултати, броят на експериментите трябва да бъде голям, поради което методът се реализира на компютър. При едно типично приложение на метода се провеждат  $10^4$  и повече симулационни експеримента, т.е. при практически изследвания сравнително точни количествени характеристики на системата могат да бъдат получени чрез малък брой опити.

Методът може да бъде описан със сравнително проста обща схема, която има следните етапи [15,18]:

1. Установяване на връзките между входните параметри  $\mathbf{x}=(x_1, x_2, \dots, x_n)$  и изходните характеристики  $\mathbf{y}=(y_1, y_2, \dots, y_k)$  на модела чрез математически зависимости – това са вече получените зависимости (1) – (23);

2. Дефиниране на вероятностните разпределения на входните параметри и генериране на случайни стойности съгласно тези разпределения;

3. Многократно провеждане на симулационни експерименти с модела при използването на различни случайни стойности на входните параметри;

4. Определяне на статистическите характеристики на изходните резултати чрез построяване на хистограми, определяне на числени характеристики, доверителни интервали и др.

### 6. ДЕФИНИРАНЕ НА ВЕРОЯТНОСТНИТЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НА ВХОДНИТЕ ПАРАМЕТРИ

От гледна точка на начина на дефиниране на характеристиките на вероятностните разпределения на входните параметри, в разглежданата задача те могат да бъдат разделени на две групи:

1) Параметри, чийто характеристики и вид на разпределението зависят от обективни фактори и не се определят или в много малка степен се определят от действията на операторите на машините и цялостната организация на работата. Това са: свързани с физико-механичните характеристики на работния материал:  $k_p, \rho$ ; свързани с геометричната схема на разположението на машините:  $L_1, L_2, L_3, L_4$ ; свързани с разходите:  $C_{\text{тов}}, C_{\text{пост}}, C_{\text{сам}}^L$ .

2) Параметри, чийто характеристики и вид на разпределението зависят предимно от субективни фактори и се определят в голяма степен от поведението и квалификация на операторите на машините, а също така и от цялостната организация на работата. Това са: свързани с технологичния процес и организацията на работата на системата:  $k_g^{\text{мов}}, k_g^{\text{сам}}, k_n, k_u$ ; свързани с техническите характеристики на машините, но зависещи действията на оператора:  $v_1, v_2, v_3, v_4, t_3, t_4, t_7, t_8, t_{10}, t_{11}$ .

Направеното разделение дава възможност да се използват следните вероятностни разпределения за задаване на двата типа параметри:

1) Нормално разпределение [18] за първия тип параметри. В повечето случаи, при липса на допълнителна информация за вида на разпределението на параметъра, но при известни долната  $p_{\min}$  и горната  $p_{\max}$  граница на промяна на съответния параметър  $p$  може да се използва нормално разпределение с подходящо определени параметри. Математическото очакване  $\mu_p$  и средно квадратичното отклонение  $\sigma_p$  на разпределението се определят по следния начин:

$$\mu_p = \frac{p_{\min} + p_{\max}}{2} \quad (25)$$

$$\sigma_p = \frac{p_{\max} - p_{\min}}{6} \quad (26)$$

и тогава, плътността на нормалното разпределение се задава чрез следната формула:

$$f(p) = \frac{1}{\sigma_p \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(p-\mu_p)^2}{2\sigma_p^2}}, \quad (27)$$

$$p_{\min} < p < p_{\max}, \sigma_p > 0$$

2) Триъгълно разпределение [19] за втория тип параметри. Триъгълното разпределение е подходящо за моделиране на параметри, зависещи от субективни действия и субективна оценка. То се дефинира чрез три стойности:  $p_{\text{нec}}$  – най-ниска възможна оценка на стойността на параметъра (песимистична оценка),  $p_{\text{онм}}$  – най-висока възможна оценка на стойността на параметъра (оптимистична оценка),  $p_{\text{вер}}$  – най-вероятна оценка на стойността на параметъра (мода). Стойностите се определят чрез експертна оценка, като при задаване на горната и долната граници следва да се използват стойности, които е възможно да възникнат при нормални условия на работа, а не при катастрофи, аварии и извънредни обстоятелства. При така въведените означения, плътността на триъгълното разпределение е:

$$f(p) = \begin{cases} \frac{2(p - p_{\text{нec}})}{(p_{\text{онм}} - p_{\text{нec}})(p_{\text{вер}} - p_{\text{онм}})}, & p_{\text{нec}} \leq p < p_{\text{вер}} \\ \frac{2}{p_{\text{онм}} - p_{\text{нec}}}, & p = p_{\text{вер}} \\ \frac{2(p_{\text{онм}} - p)}{(p_{\text{онм}} - p_{\text{нec}})(p_{\text{онм}} - p_{\text{вер}})}, & p_{\text{вер}} < p \leq p_{\text{онм}} \end{cases} \quad (28)$$

### 7. СТАТИСТИЧЕСКИ АНАЛИЗ НА ПОЛУЧЕНИТЕ РЕЗУЛТАТИ

Статистическата обработка на генерираните случайни стойности на изходните характеристики на комплекта машини позволяват определянето на числени характеристики на вероятностните разпределения. Могат да бъдат опре-

делени следните основни характеристики [12,20,21,22,23,24,25] на разпределенията:

### 7.1 Характеристики на положението

- Точкова оценка  $\bar{p}$  на математическото очакване на параметъра  $p$ :

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^n p_i}{n} \quad (29)$$

където  $n$  е големината на извадката;

### 7.2 Характеристики на разсейването

- Средноквадратично отклонение  $s_p$ :

$$s_p = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (p_i - \bar{p})^2}{n-1}} \quad (30)$$

- Коефициент на вариация  $v_p$ :

$$v_p = \frac{s_p}{\bar{p}} \quad (31)$$

- Минимум  $p_{min}$ , максимум  $p_{max}$ , размах  $R = p_{max} - p_{min}$ ;

### 7.3 Характеристики на формата

• Апроксимация на хистограмите чрез теоретично разпределение – извършва се за да се определи вида на най-подходящото апроксимиращо разпределение и определят неговите числени характеристики.

- Коефициент на асиметрия  $A_p$ :

$$A_p = \frac{n\sqrt{n-1} \sum_{i=1}^n (p_i - \bar{p})^3}{n-2 \left( \sum_{i=1}^n (p_i - \bar{p})^2 \right)^{3/2}} \quad (32)$$

- Ексцес  $E_p$ :

$$E_p = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (p_i - \bar{p})^4}{\left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (p_i - \bar{p})^2 \right)^2} - 3 \quad (33)$$

### 7.4 Други характеристики

• Коефициент на линейна корелация между параметрите  $x$  и  $y$ :

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(n-1)s_x s_y} \quad (34)$$

където  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$  са математическите очаквания на двата параметъра, а  $s_x$  и  $s_y$  са средно квадратичните отклонения;

- Вероятност за сбъждане на определено събитие:

$$P = \frac{\sum_{i=1}^n I_i}{n} \quad (35)$$

където  $I_i$  е индикаторна променлива, приемаща следните стойности:

$$I_i = \begin{cases} 1, & \text{if } s \rightarrow true, \\ 0, & \text{else.} \end{cases} \quad (36)$$

където  $s$  е събитието, сбъждането на което се отчита.

### 7.5 Доверителни интервали

• Доверителен интервал за математическото очакване на параметъра при ниво на значимост  $\alpha$ :

$$\left[ \bar{p} - z_{1-\alpha/2} \frac{s_p}{\sqrt{n}}, \bar{p} + z_{1-\alpha/2} \frac{s_p}{\sqrt{n}} \right] \quad (37)$$

където  $z_{1-\alpha/2}$  е квантила от ред  $1-\alpha/2$  на стандартното нормално разпределение.

• Доверителен интервал за средно квадратичното отклонение на параметъра:

$$\left[ s_p \sqrt{\frac{n-1}{\chi_{1-\alpha/2, n-1}^2}}, s_p \sqrt{\frac{n-1}{\chi_{\alpha/2, n-1}^2}} \right] \quad (38)$$

където  $\chi_{1-\alpha/2, n-1}^2$  и  $\chi_{\alpha/2, n-1}^2$  са квантили на  $\chi^2$  разпределението при ниво на значимост  $\alpha$  и  $n-1$  степени на свобода.

- Доверителен интервал за вероятността  $P$ :

$$\left[ P - z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}, P + z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}} \right] \quad (39)$$

## 8. ИЗВОДИ

Предложен е математически модел за определяне на техническите и технико-икономическите характеристики на комплект машини „челен товарач-автосамосвал“ за автоматизация на земекопно-транспортни или товаро-разтоварни работи. Моделът позволява да се определят както производителностите на то-

вараचा и на системата от автосамосвали, така и производителността на целия комплект. Изведени са зависимости за уточнено определяне на броя на кофите на товарача, необходими за напълване на автосамосвала при спазване на ограниченията за претоварване по обем и товароподемност на автосамосвала, като тези зависимости лесно се програмират чрез използването на условни оператори. Моделът позволява да се определи продължителността за извършване на определено количество работа, а също така и да се определят експлоатационните разходи, приходите и печалбата при експлоатация на комплекта. Дефинирани са входните характеристики и вида на техните вероятностни разпределения. Окончателният избор на броя самосвали се извършва въз основа на сравнителен анализ по определени относителни показатели.

#### Литература

1. Данчев Д., Христов Д. Основи на пътни и строителни машини, Техника, София, 1990.
2. Кудрявцев Е. Комплексная механизация строительства. Москва, АСВ, 2013.
3. Кътов П., Беновски А., Стоянова М., Габровски К., Василев К. Ръководство за упражнения по строителни машини. София, Техника, 1986.
4. Лещинский А., Вербицкий Г., Шишкин Е. Комплексная механизация строительства. Хабаровск, ТОГУ, 2015
5. Панов В., А. Велинова. Механо-математично моделиране на багерно работно съоръжение със затворени кинематични вериги, сп. Машиностроене и електротехника, спец. брой, 58-62, С., 2005.
6. Панов В. Икономическа ефективност на основния ремонт на багер-товарач, XVI ННТК с международно участие „АДП – 2007”, 46-52, С., 2007.
7. Панов В. Оценка на часовите разходи за владение и експлоатация на земекопни и пътни машини, част 1, сп. Строителна техника, бр. 10, 32-40, С., 2006.
8. Туджаров Б. HTML 5 CANVAS интерактивни Web страници, САх технологии, Бр.№2, декември 2014, ISSN 1314-9628, Технически университет – София, София.
9. Фирцева А., Лисовская К., Янковский Ф. Формирование экскаваторного комплекта машин на основе теорий массового обслуживания. Новые идеи нового века – 2014., Том 3.
10. Христов Д. Земекопни и товарачни машини. София, Техника, 1979 г.
11. Христов В. Изследване на методи и средства за повишаване качеството на обслужване във високоскоростни компютърни мрежи. Университетско издателство „Неофит Рилски“ - Благоевград, 2016.
12. Abebe A., Daniels J., McKean J., Kapenga J. Statistics and data analysis. Statistical computing lab, Western Michigan University, 2001.
13. Iliev Zh., Perenovski N. Computer modeling and investigation of the operating parts of the screw conveyor by finite element method. Пета национална научно-техническа конференция с международно участие “Технологии и практики при подземен добив и минно строителство”, 4 – 7 октомври 2016, Девин, България.
14. Ercelbi S., Bascetin A. Optimization of shovel-truck system for surface mining. Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy. 109. pp. 433-439, 2009.
15. Kroese D, Taimre T., Botev Z. Handbook of Monte Carlo methods. John Wiley & Sons, Hoboken, NJ 2011.
16. Денчев М. Механизация и автоматизация на строителството. Техника, София, 1986.
17. Савелова Т. Метод Монте Карло. НИЯУ МИФИ, Москва, 2011.
18. Вентцель Е.С. Исследование операций. Москва, Советское радио, 1972.
19. Forbes C., Evans M., Hastings N., Peacock, B. Statistical Distributions, 4rd ed. John Wiley&Sons, New York, 2011.
20. Haldar A., Mahadevan S. Probability, Reliability, and Statistical methods in Engineering Design. John Wiley & Sons. New York, 2000
21. Bruce P., Bruce A. Practical Statistics for Data Scientists. 50 Essential Concepts. O'Reilly Media, Inc., 2017.
22. Brown S. Measures of Shape: Skewness and Kurtosis. <https://brownmath.com/stat/shape.htm>. (посетен на 11.03.2017).
23. Ламбова М., Русев Ч., Косева Д., Стоянова В. Въведение в статистиката. Стено, Варна, 2012.
24. Воденска М., Колев Н. Статистически методи в географията на туризма. Университетско издателство "Св. Климент Охридски", София, 1995
25. Joanes D., Gill C. Comparing Measures of Sample Skewness and Kurtosis. The Statistician 47(1): 183–189, 1998.



## ИЗСЛЕДВАНЕ НА КОМПЛЕКТ МАШИНИ ЗА МЕХАНИЗАЦИЯ НА ЗЕМЕКОПНО-ТРАНСПОРТНИТЕ РАБОТИ С ОТЧИТАНЕ НА НЕОПРЕДЕЛЕНОСТТА: ЧАСТ II – ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКИ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Росен МИТРЕВ

катедра „Инженерна логистика, подемно-транспортна и строителна техника”, Технически университет - София,  
България  
e-mail: [rosenm@tu-sofia.bg](mailto:rosenm@tu-sofia.bg)

**Резюме:** В работата е извършена компютърна симулация на разработения в [1] математически модел на комплект машини „челен товарач - автосамосвали“ с цел получаване на вероятностно-статистическите характеристики на изходните характеристики на комплекта машини. Получени са статистическите характеристики и хистограмите на технически и технико-икономически характеристики на системата – производителност, брой необходими автосамосвали за обслужване на товарача, печалба, време за изпълнение на зададено количество работа и др. Получените резултати показват, че изходните характеристики приемат стойности в определени интервали с определена вероятност, което следва да се отчита при планиране на технологичните процеси и сключване на договори. Извършеното параметрично изследване дава възможност да се сравняват алтернативни варианти на системата и определят различни вероятности, касаещи характеристиките на различните варианти и тяхното сравняване. Изследвана е чувствителността на системата, което дава възможност да се установи степента на влияние на входните параметри върху изходните характеристики и отграничат параметрите с най-силно или най-слабо влияние.

**Ключови думи:** комплект машини, вероятностно-статистически характеристики

### 1. ВЪВЕДЕНИЕ

В [1] е дефинирана задача за изследване на комплект машини „челен товарач-автосамосвал“ за механизация на земекопно-транспортни работи с отчитане на неопределеността. Представеният математически модел на комплекта позволява да се извърши избор на броя на автосамосвалите, обслужващи товарача при отчитане на неопределеността във входните данни. Моделът позволява да се определят производителностите на товарача и на системата от автосамосвали, производителността на целия комплект, продължителността за извършване на определено количество работа, а също така и да се определят експлоатационните разходи, приходите и печалбата при експлоатация на комплекта.

Математическият модел позволява определяне на характеристиките на системата както при детерминирани стойности на входните параметри, така и при отчитане на неопределеността във входните параметри, която се задава чрез вероятностни разпределения на входните параметри. Основното предимство на този подход е, че при това могат да бъдат определени вероятностните

характеристики на изходните величини и е възможна оценка на множество алтернативни състояния на системата, всяко от които може да се появи с определена вероятност.

Целта на настоящата работа е чрез компютърна симулация да се получат и анализират вероятностно-статистическите характеристики на разработения в [1] математически модел на комплект машини „челен товарач - автосамосвали“. Допълнително, следва да се извърши параметрично изследване на модела като се варира броя на автосамосвалите и оценят характеристиките на различни варианти на системата.

### 2. ХАРАКТЕРИСТИКИ НА КОМПЛЕКТА ПРИ ИЗПОЛЗВАНЕ НА ДЕТЕРМИНИРАНИ СТОЙНОСТИ НА ВХОДНИТЕ ПАРАМЕТРИ

Определянето на техническите и технико-икономическите характеристиките на комплекта машини [2,3] се извършва при следните детерминирани стойности на входните данни, част от които са получени от техническите каталози на машините:

- За товарача (модел Stalowa Wola L34):  
 $k_{\eta} = 0.825$ ,  $k_{\epsilon}^{мог} = 0.775$ ,  $k_{H} = 1.08$ ,  $q_{мог} = 3.4 \text{ m}^3$ ,

$$v_1 = 0.26 \text{ m/s}, v_2 = 1.94 \text{ m/s}, L_1 = 4.2 \text{ m},$$

$$L_2^1 = L_2^2 = 10 \text{ m}, t_3 = 10.7 \text{ s}, t_4 = 7 \text{ s},$$

$$C_{\text{тов}} = 28 \text{ лв/h};$$

- За автосамосвала (модел АС-68901Е):

$$q_{\text{сам}} = 15.7 \text{ m}^3, k_e^{\text{сам}} = 0.825, m_{\text{сам}} = 23000 \text{ kg},$$

$$L_3 = L_4 = 3100 \text{ m}, v_3 = 8.3 \text{ m/s}, v_4 = 13.9 \text{ m/s},$$

$$t_7 = 35 \text{ s}, t_8 = 30 \text{ s}, t_{10} = 80 \text{ s}, t_{11} = 20 \text{ s},$$

$$C_{\text{сист}} = 6.5 \text{ лв/h}, C_{\text{сам}}^L = 0.0051 \text{ лв/m},$$

$$P_1 = 4 \text{ лв/m}^3, k_{\text{обем}} = k_{\text{маса}} = 1.05;$$

- За работния материал:  $k_p = 1.205$ ,

$$\rho = 1200 \text{ kg/m}^3;$$

са получени следните стойности на изходните характеристики:

- За товарача:  $T_{\text{тов}} = 60.32 \text{ s}$ ,

$$n_{\text{тов}} = 59.68 \text{ h}^{-1}, Q_{\text{тов}} = 116.29 \text{ m}^3/\text{h};$$

- За автосамосвала:  $T_{\text{сам}} = 1063.1 \text{ s}$ ,

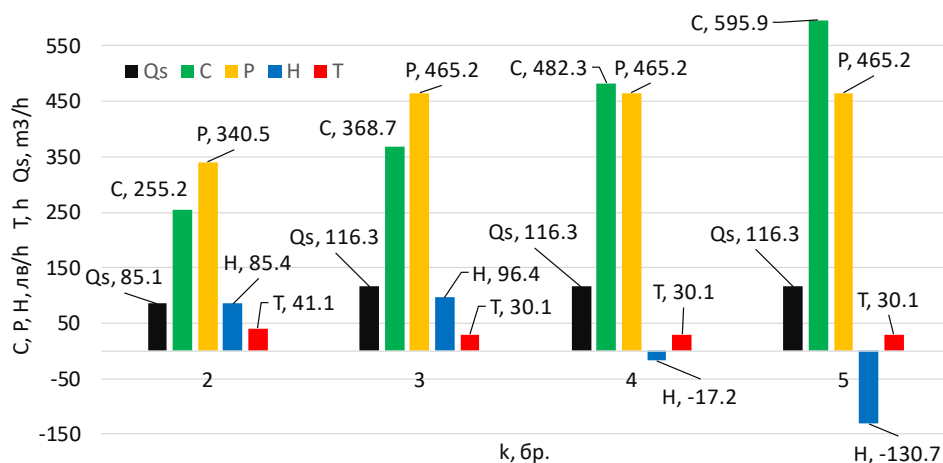
$$n_{\text{сам}} = 3.39 \text{ h}^{-1}, Q_{\text{сам}} = 42.57 \text{ m}^3/\text{h}, z = 5,$$

$$q_{\text{сам}}^* = 15.24 \text{ m}^3/\text{h};$$

При тези данни, необходимият брой самосвали, определен по (13) от [1] е  $k=3$ . На фиг.1а са показани характеристиките  $C, P, H, Q_{\text{сист}}$  и  $T$ , пресметнати по (19) – (21) и (15) от [1], определени при различен брой на самосвалите в комплекта, в случая променящ се от 2 до 5. Както се вижда, експлоатационните разходи  $C$  нарастват с

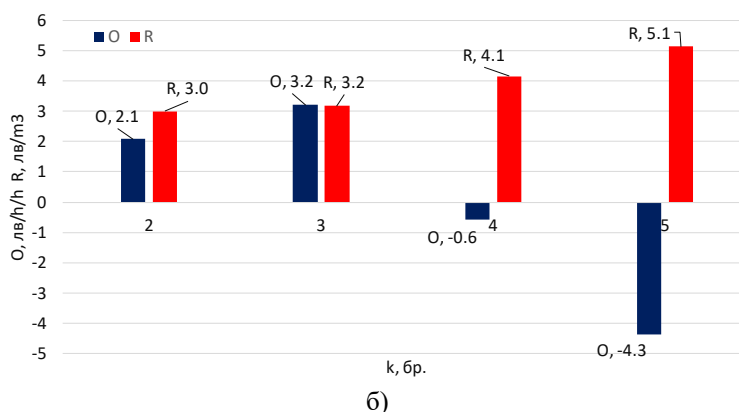
увеличаване на броя на автосамосвалите в системата, Приходите  $P$  нарастват, но при 3, 4 и 5 автосамосвала са еднакви. Причината за това е, че производителността на системата  $Q_{\text{сист}}$  се ограничава от производителността на товарача и добавянето на допълнителни автосамосвали в системата не повишава производителността, респективно и приходите. Печалбата  $H$  е най-висока при  $k=3$  автосамосвала, но сравнително малко се отличава от печалбата при  $k=2$ . Времето за изпълнение на зададено количество работа  $T$  е най-малко при 3, 4 и 5 автосамосвала и е равно на 30.1 h. На фиг.1б) са показани стойностите на относителните показатели  $O$  и  $R$ . Максималната стойност на  $O$  се получава при автосамосвала, като тя е значително по-голяма, отколкото при 2 автосамосвала. Показателят  $R$  има най-малка стойност при 2 автосамосвала и неговата стойност много малко се отличава от стойността при 3 автосамосвала.

Получените резултати показват, че съгласно дефинираните относителни показатели 3 броя могат да се считат за оптималния брой автосамосвали, необходими за обслужване на товарача. Възможно е да се използват и 2 броя автосамосвали, но в този случай печалбата, а също така и производителността на системата ще бъдат по-ниски.



a)





фиг.1 Техничко-икономически, времеви и финансови характеристики на системата а); относителни показатели б) при различен брой на автосамосвалите

### 3.ХАРАКТЕРИСТИКИ НА КОМПЛЕКТА ПРИ ВЕРОЯТНОСТЕН ХАРАКТЕР НА ВХОДНИТЕ ПАРАМЕТРИ

#### 3.1. Числени стойности на вероятностните разпределения на входните параметри

Както е указано в [1], входните параметри са разделени на две групи – едната се задава чрез нормално разпределение, а другата чрез триъгълно. Въведени са следните означения:  $N(\mu_p, \sigma_p)$  – нормално разпределение с математическо очакване  $\mu_p$  и средно квадратично отклонение  $\sigma_p$ . Най-често се използва орязано нормално разпределение за да се елиминират екстремалните стойности на параметъра;  $Tr(p_{нес}, p_{вер}, p_{омн})$  – триъгълно разпределение със следните означения:  $p_{нес}$  – най-ниска възможна оценка на стойността на параметъра (песимистична оценка),  $p_{омн}$  – най-висока възможна оценка на стойността на параметъра (оптимистична оценка),  $p_{вер}$  – най-вероятна оценка на стойността на параметъра (мода). С нормално разпределение са следните параметри:

$$k_q = N(0.825, 0.042), k_e^{мог} = N(0.775, 0.025),$$

$$k_n = N(1.08, 0.0103), k_p = N(1.205, 0.015),$$

$$\rho = N(1200, 33.3), k_e^{сам} = N(0.825, 0.042),$$

$$C_{мог} = N(28, 0.67), C_{пост} = N(6.5, 0.167),$$

$$C_{сам}^L = N(0.0051, 6.67 \times 10^{-5}), P_1 = N(4, 0.067),$$

като математическото очакване съвпада с детерминирания случай, а средно квадратичното

отклонение е определено по (30) от [1]. С триъгълно разпределение са следните параметри:  $V_1 = Tr(0.2, 0.26, 0.32)$ ,  $V_2 = Tr(1.58, 1.94, 2.3)$ ,  $t_3 = Tr(9, 10.7, 13)$ ,  $V_3 = Tr(5, 8.3, 9.2)$ ,  $V_4 = Tr(7, 13.9, 15)$ ,  $t_7 = Tr(20, 35, 42)$ ,  $t_8 = Tr(25, 30, 33)$ ,  $t_{10} = Tr(0, 80, 120)$ ,  $t_{11} = Tr(15, 20, 25)$ .

#### 3.2 Генериране на случайни числа

Генерирането на стойности на входните параметри с дефинираните вероятностни разпределения се извършва чрез генератори на равномерно разпределени в интервала  $[0,1]$  взаимно независими псевдослучайни числа (базови числа). Плътноста на разпределението  $f(x)$  на тези числа е:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{при } 0 \leq x < 1 \\ 0, & \text{в противен случай} \end{cases} \quad (1)$$

За генериране на базовите случайни числа се използва следния комбиниран генератор с период от порядъка на  $10^{13}$  [5,6,11]:

$$\begin{aligned} x_i &= 171x_{i-1} \bmod 30269 \\ y_i &= 172y_{i-1} \bmod 30307 \\ z_i &= 170z_{i-1} \bmod 30323 \end{aligned} \quad (2)$$

$$R_i = \left( \frac{x_i}{30269} + \frac{y_i}{30307} + \frac{z_i}{30323} \right) \bmod 1$$

където  $R_i$  е генерираното базово случайно число на стъпка  $i$ . За стартиране на пресмятанията се задават три независими стойности на корените  $x_0, y_0, z_0$ .

Нормално разпределените случайни числа се генерират по следните зависимости, основани на централната гранична теорема [7,8]:

$$N_i = \sum_{k=1}^{12} R_k - 6, \quad i=1,n \quad (3)$$

$$p_i = \mu_p + \sigma_p N_i$$

Случайните числа с триъгълно разпределение се генерират по следната зависимост [9]:

$$p_i = \begin{cases} p_{nec} + \sqrt{\frac{R_i (p_{onm} - p_{nec}) \times (p_{sep} - p_{nec})}{(1 - R_i)(p_{onm} - p_{nec}) \times (p_{onm} - p_{sep})}}, & \text{if } 0 < R_i < K \\ p_{onm} - \sqrt{\frac{(1 - R_i)(p_{onm} - p_{nec}) \times (p_{onm} - p_{sep})}{R_i (p_{onm} - p_{nec}) \times (p_{sep} - p_{nec})}}, & \text{if } K \leq R_i < 1 \end{cases} \quad (4)$$

където  $K = (p_{sep} - p_{nec}) / (p_{onm} - p_{nec})$ .

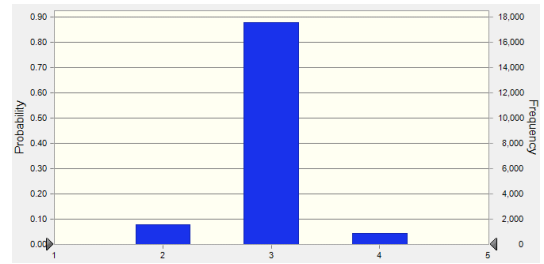
Следва да се допълни, че за да се избегне корелация между независимите входни параметри, за генериране на случайни стойности на всеки параметър се използва различен генератор на случайни числа (т.е. с различен корен).

### 3.3. Извършване на компютърна симулация и анализ на получените резултати

Симулационният модел е реализиран в Excel [10], като са извършени  $10^4$  симулации и получените данни за изходните характеристики са обработени и представени във вид на хистограми, а техните статистически характеристики са пресметнати по формули (29) – (39) от [1]. Резултатите за основните характеристики на системата са следните:

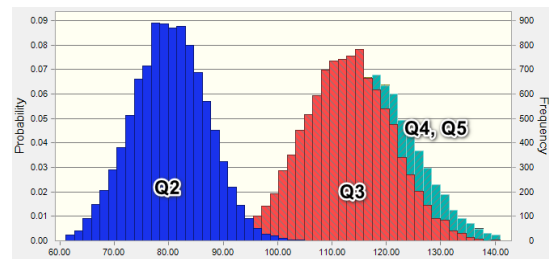
- Хистограма на необходимия брой автосамосвали  $k$  за обслужване на товарача, определен по (13) от [1] – фиг.2. От хистограмата се вижда, че необходимият брой автосамосвали варира от 2 до 4, като вероятностите са следните:  $k=2$  – 7.86%,  $k=3$  – 87.76%,  $k=4$  – 4.38%. Както се вижда, най-вероятният брой необходими автосамосвали съвпада с определения за детерминирания случай брой –  $k=3$ .

- Хистограма на производителността на системата  $Q_{сист}$ , определена по (14) от [1] – фиг.3а). Определянето на производителността на системата е извършено при 2,3,4 и 5 (с означения съответно Q2÷Q5) автосамосвала в комплекта.



фиг.2 Хистограма на необходимия брой автосамосвали  $k$  за обслужване на товарача

Както се вижда от фиг.3а) и от таблицата със статистическите данни на фиг.3б), най-висока е производителността на системата при  $k=4$  и  $k=5$ . Тя е еднаква и при двете стойности, като причината за това е, че производителността на системата в този случай е ограничена от производителността на товарача и добавянето на допълнителни автосамосвали не повишава производителността. Разликата между математическите очаквания на производителността при 3 и 4 автосамосвала е малка, по-значително е средно квадратичното отклонение – фиг.3б).



а)

Statistic	Qais2	Qais3	Qais4	Qais5
Trials	10,000	10,000	10,000	10,000
Base Case	85.13	116.29	116.29	116.29
Mean	79.94	112.78	116.26	116.27
Median	79.92	112.68	116.04	116.04
Mode	---	---	---	---
Standard Deviation	6.83	7.93	8.92	8.94
Variance	46.71	62.85	79.56	79.86
Skewness	0.0372	0.0412	0.1217	0.1306
Kurtosis	2.83	2.93	2.99	2.99
Coeff. of Variation	0.0855	0.0703	0.0767	0.0769
Minimum	54.82	82.24	85.98	85.98
Maximum	105.19	143.32	155.97	155.97
Mean Std. Error	0.07	0.08	0.09	0.09

б)

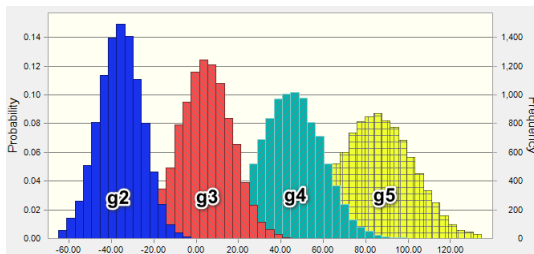
фиг.3 Хистограма а) и статистически данни б) за производителността ( $m^3/h$ ) на системата при 2,3,4 и 5 автосамосвала

Определените производителности на товарача и на автосамосвала се използват за да се сравнят производителността на товарача и производителността на системата от автосамосвали. За

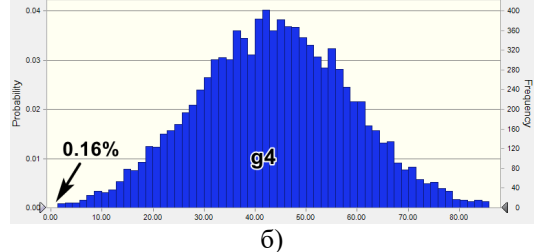
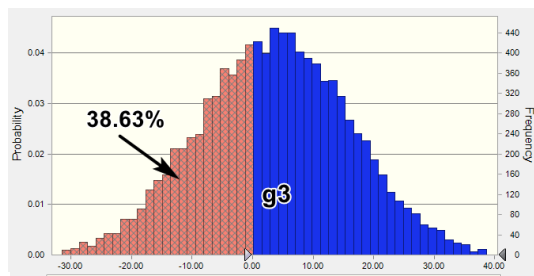
целта се дефинират функции на състоянието  $g_k$  [4],  $k=2\div 5$ :

$$g_k = kQ_{сам} - Q_{тов} \quad (5)$$

При отрицателна стойност на функцията, производителността на системата от автосамосвали е по-ниска от тази на товарача, поради което ще са налице престои на товарача с изчакване на пристигане на автосамосвали за натоварване. Аналогично, когато функцията е положителна, производителността на системата от автосамосвали е по-висока от тази на товарача, товарачът няма да престоива, а самосвалите ще изчакват за натоварване. На фиг.4а) са показани хистограмите на  $g_k$ . Чрез използване на зависимостта (5) се установява, че при 3 и 4 автосамосвала вероятностите  $P(g_3 \leq 0)$  и  $P(g_4 \leq 0)$  са съответно 38.63% и 0.16%, т.е. от гледна точка недопускане на престои на товарача следва да се изберат 4 автосамосвала.



а)

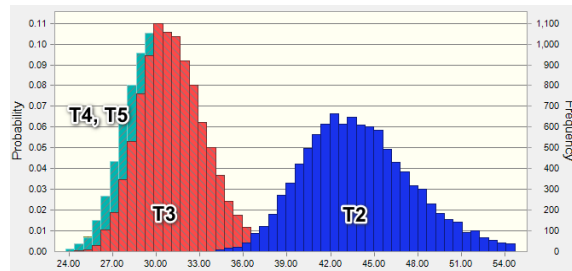


б)

Фиг.4 Хистограми на функциите  $g_k$

- Хистограма на времето  $T$  за извършване на зададено количество работа, определено по (15) от [1] – фиг.5а). Определянето на времето е извършено при 2,3,4 и 5 (с означения съответно  $T2\div T5$ ) автосамосвала в комплекта. Най-малко е математическото очакване на времето при 3,4 и 5 автосамосвала, като средно квадратичното отклонение в тези случаи е значително по-малко, отколкото при два автосамосвала (фиг.5б). Опашките на хистограмите при 2 и 3 автосамосвала се препокриват за определена част от случаите, което означава, че е възможно  $T2 < T3$ , за което лесно може да бъде определена вероятността  $P(T2 < T3)$ .

Анализът на стойностите на процентилите на хистограмата на  $T3$  (фиг.5в) внася яснота относно неопределеността на времевите характеристики. Може да се установи, че времето за извършване на зададеното количество работа варира приблизително между 24 и 42 h. Също така, например могат да бъдат отчетени следните вероятности: 1)  $P(T \leq 34.02) = 0.9$ , т.е. вероятността времето за изпълнение на работата да бъде по-малко или равно на 34.02 h е 90%; 2)  $P(29.28 \leq T \leq 32.95) = 0.6$ , т.е. с вероятност 60% продължителността на времето за извършване на работата ще лежи в интервала [29.28, 32.95] h.



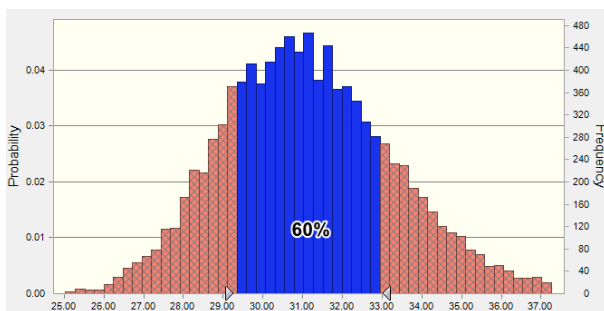
а)

Statistic	T2	T3	T4	T5
Trials	10,000	10,000	10,000	10,000
Base Case	41.11	30.10	30.10	30.10
Mean	44.11	31.19	30.28	30.28
Median	43.80	31.06	30.16	30.16
Mode	---	---	---	---
Standard Deviation	3.84	2.22	2.34	2.34
Variance	14.72	4.92	5.48	5.48
Skewness	0.4471	0.3778	0.3228	0.3172
Kurtosis	3.20	3.23	3.10	3.11
Coeff. of Variation	0.0870	0.0711	0.0773	0.0774
Minimum	33.27	24.42	22.44	22.44
Maximum	63.84	42.56	40.71	40.71
Mean Std. Error	0.04	0.02	0.02	0.02

б)

Проценти	
0%	23.85
10%	28.45
20%	29.28
30%	29.89
40%	30.48
50%	31.01
60%	31.56
70%	32.20
80%	32.95
90%	34.02
100%	41.87

в)



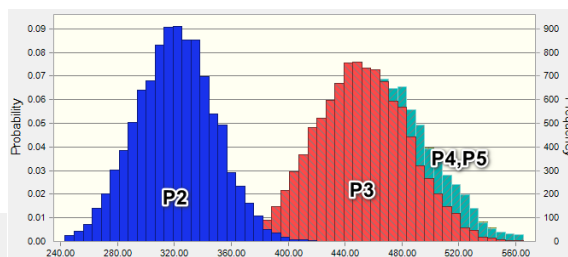
г)

Фиг.5 Хистограма а) и статистически характеристики б) за времето  $T, (h)$  при 2,3,4 и 5 автосамосвала, в) проценти на  $T$  при 3 автосамосвала

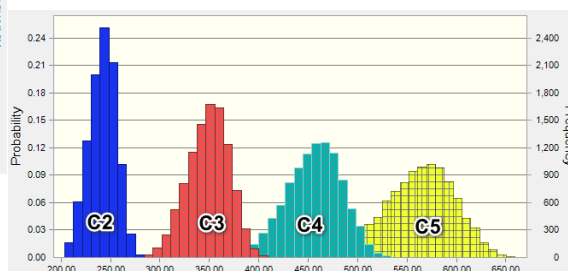
• Хистограми на приходите  $P2 \div P5$  – фиг.6а), експлоатационните разходи  $C2 \div C5$  – фиг.6б) и печалбата  $H2 \div H5$  – фиг.6в). Както се вижда от фиг.6а), тъй като приходите са правопрпорционални на производителността на системата (14) от [1], то приходите нарастват с нарастване на производителността [2,3], като в случая са максимални при 4 и 5 автосамосвала. Голямата степен на припокриване на хистограмите при 3 и 4 (5) автосамосвала показва, че за голяма част от случаите е възможно  $P3 > P4 (P5)$ . От фиг.6б) се вижда, че увеличаването на броя на автосамосвалите води до нарастване на експлоатационните разходи, също така и разсейването около средната стойност нараства. Печалбата, пресметната по (21) има най-високо математическо очакване при 3 автосамосвала, но поради разсейването на стойностите и припокриването на хистограмите има определена вероятност печалбата при два автосамосвала да надвиши тази при три. За да се определи вероятността  $P(H3 \leq H2)$  се формира функцията на състоянието

$$g_6 = H3 - H2 \quad (6)$$

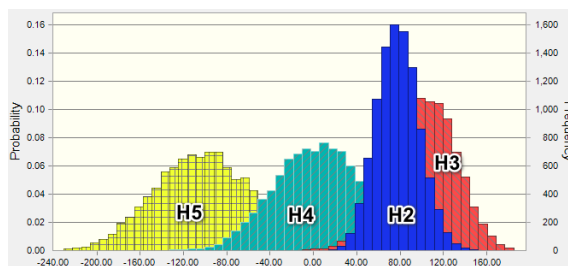
чиято хистограма е показана на фиг.7. Може да се установи, че вероятността  $P(g_6 \leq 0) = P(H3 \leq H2) = 21.49\%$  (червената зона на хистограмата).



а)



б)

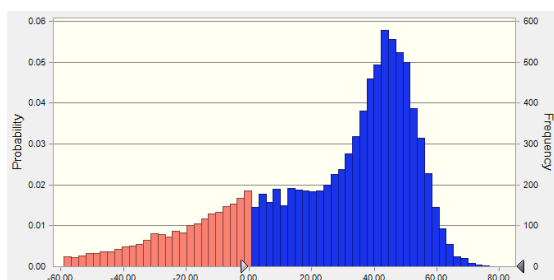


в)

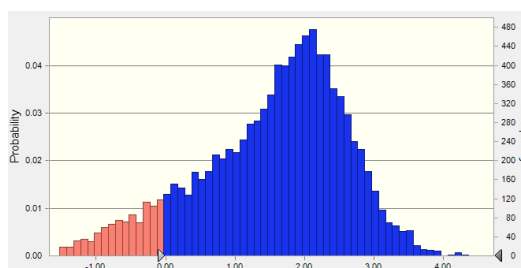
Statistic	H2	H3	H4	H5
Trials	10,000	10,000	10,000	10,000
Base Case	85.38	96.42	-17.15	-130.73
Mean	77.84	101.56	7.49	-89.53
Median	77.30	103.21	6.56	-101.13
Mode	---	---	---	---
Standard Deviation	19.56	29.45	42.54	46.58
Variance	382.49	867.17	1,809.99	2,169.30
Skewness	0.1494	-0.2691	0.1074	0.1278
Kurtosis	2.99	3.28	2.93	2.92
Coeff. of Variation	0.2513	0.2899	5.68	-0.4680
Minimum	12.23	-36.48	-155.61	-274.74
Maximum	160.37	218.81	173.53	80.39
Mean Std. Error	0.20	0.29	0.43	0.47

г)

Фиг.6 Хистограми на приходите  $P2 \div P5$  – а), експлоатационните разходи  $C2 \div C5$  – б), печалбата  $H2 \div H5$  – в), статистически характеристики за печалбата – г) при 2,3,4 и 5 автосамосвала



фиг.7 Хистограма на функцията  $g_6$



в)

фиг.8 Хистограми на критерия  $O$  - а), статистически характеристики - б) и хистограма на функцията  $g_2$  - в) при 2,3,4 и 5 автосамосвала

• Окончателният избор на броя самосвали се извършва въз основа на критерия (22) от [1]. На фиг.8 е показана хистограмата на критерия за различен брой самосвали. Както се вижда, критерият има положителна стойност само при 2 и 3 автосамосвала, а математическото очакване на критерия при 3 автосамосвала (фиг.8б) е най-високо. Чрез функцията на състоянието  $g_2$

$$g_2 = O_3 - O_2 \quad (7)$$

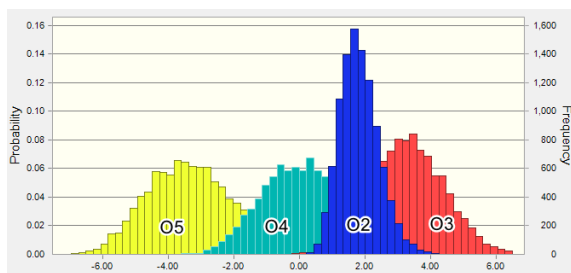
се определя вероятността  $P(O_3 \leq O_2) = 10.55\%$ , т.е. в такъв процент от случаите е възможно критерият  $O$  да има по-висока стойност при 2 самосвала, отколкото при 3.

### 3.4. Чувствителност на изходните характеристики

Важен въпрос при изследване на характеристиките на комплекта машини е установяване на степента на влияние на промяната на числените характеристики на входните параметри върху промяната на изходните характеристики на комплекта. Определянето на най-силно влияещите фактори позволява: 1) Да се синтезират системи с изходни характеристики, променящи се в предварително зададени граници; 2) Да се намали или напълно премахне влиянието на негативно влияещите входни фактори; 3) Да се синтезират робастни системи, притежаващи малка чувствителност спрямо промяната на входните фактори; 4) Да се установят зоните на промяна на стойностите на входните параметри при които изходните характеристики имат оптимални или субоптимални стойности. Допълнително, анализът на чувствителността позволява по-добре да се разберат връзките между входните параметри и изходните характеристики. Анализът на чувствителността позволява и да се опрости математическия модел като слабо влияещите входни параметри се считат за детерминирани и се фиксират на определени стойности.

Изследването на чувствителността може да се извърши чрез няколко метода, най-разпространените от които са [10]:

1) Отчитане на промяната на изходните характеристики при промяна само на един входен параметър във възможния му интервал на промяна при фиксирани стойности на останалите параметри. Ако входните параметри са независими, то точно се отчита влиянието на вариращия входен параметър върху изходната характерис-



а)

Statistic	O2	O3	O4	O5
Trials	10,000	10,000	10,000	10,000
Base Case	2.08	3.20	-0.57	-4.34
Mean	1.82	3.33	0.34	-3.21
Median	1.76	3.32	0.24	-3.33
Mode	---	---	---	---
Standard Deviation	0.59	1.13	1.45	1.41
Variance	0.35	1.29	2.11	2.00
Skewness	0.4872	0.0987	0.4520	0.4558
Kurtosis	3.26	3.12	3.19	3.21
Coeff. of Variation	0.3257	0.3410	4.29	-0.4401
Minimum	0.24	-0.57	-3.79	-7.00
Maximum	4.53	8.40	6.64	2.98
Mean Std. Error	0.01	0.01	0.01	0.01

б)

тики, в противен случай, при наличие на корелация между входните параметри не е възможно да се разграничи тяхното влияние върху изходните характеристики.

На фиг.9 а) чрез лентова диаграма е показано влиянието на няколко входни независими параметъра върху продължителността  $T$  за извършване на зададено количество работа при 3 автосамосвала. По ординатата са показани най-силно влияещите 8 входни параметъра, а по абсцисата – диапазона на изменение на  $T3$  при промяна на съответния входен параметър във възможния му интервал на промяна при фиксирани стойности на останалите параметри (на средните им нива). Лентовата графика дава само възможния интервал на изменение на изходната характеристика, докато графиките на фиг.9б) дават и вида на зависимостта на изходната характеристика като функция на входните параметри, като техният интервал на промяна е представен като 100%. Вижда се, че зависимостите са нелинейни и в определени зони чувствителността е по-малка, отколкото при други;

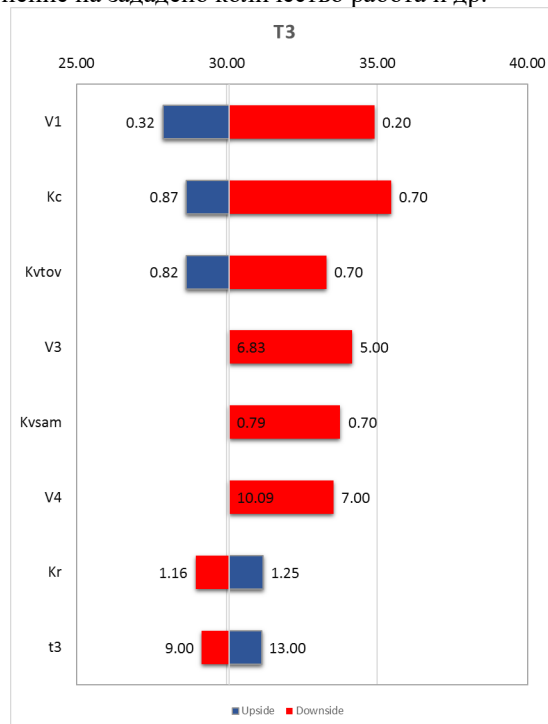
2) Чрез точкова диаграма. Докато графиките на фиг.9 а) и и фиг.9 б) представят поотделно влиянието на входните параметри върху изходната характеристика, графиките на фиг.9в) показват зависимостта на стойностите на  $T3$  (по ординатата), получени в резултата на симулацията, от всеки от входните параметри (по абсцисата), т.е. при отчитане на промяната и на останалите входни параметри при симулацията. Тази зависимост се оценява чрез показаните линейни регресионни линии и коефициента на корелация, определен по (34) от [1] и изписан върху всяка от графиките. Както се вижда, най-висок е коефициента на корелация  $\rho \approx 0.49$  между  $k_u$  и  $O3$ , което е индикация за значително влияние на този входен параметър върху  $O3$ ;

3) Чрез декомпозиция на дисперсията на изходната характеристика. Този метод се основава на установяване на чувствителността чрез определяне на дяла от дисперсията на изходната характеристика, дължаща се на дисперсията на изследвания входен параметър.

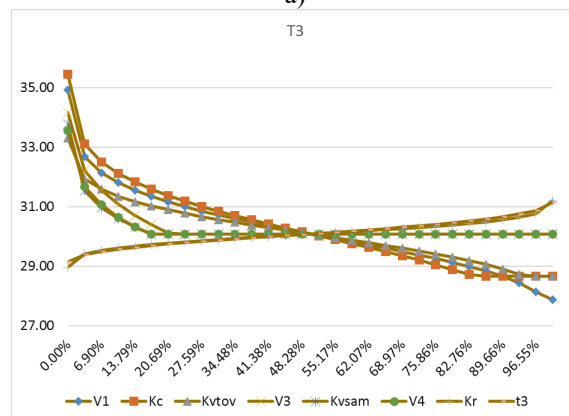
#### 4. ИЗВОДИ

В резултат на извършена компютърна симулация с отчитане на неопределеността във вход-

ните данни, моделирана чрез вероятностни разпределения на входните параметри, са получени вероятностно-статистическите характеристики на изходните технически и технико-икономически характеристики на системата – производителност, брой необходими автосамосвали за обслужване на товарача, печалба, време за изпълнение на зададено количество работа и др.



а)

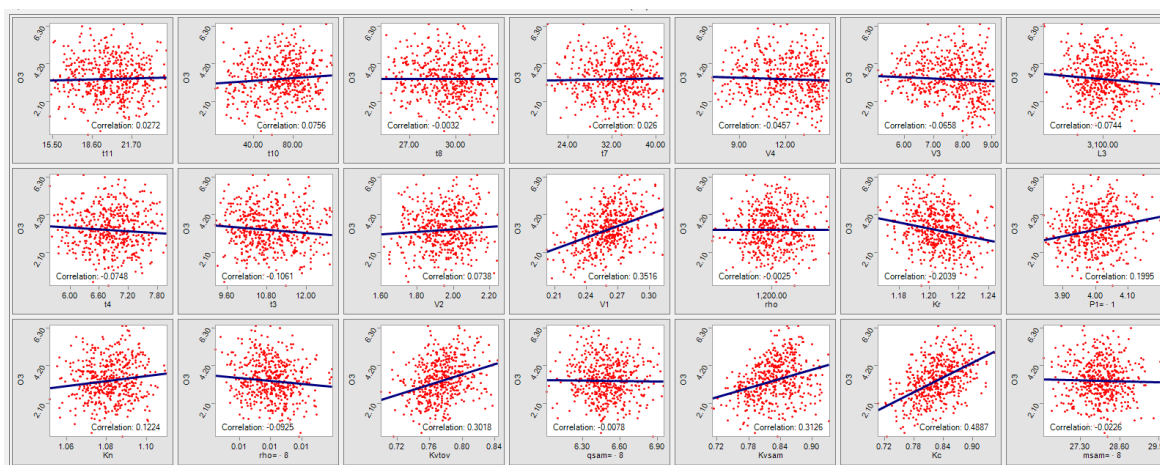


б)

Получените резултати показват, че изходните характеристики приемат стойности в определени

интервали с определена вероятност, което следва да се отчита при планиране на технологичните процеси и сключване на договори. Извършеното параметрично изследване дава възможност да се сравняват алтернативни варианти на системата и определят различни вероятности, касаещи характеристиките на различните варианти и тяхното сравняване. Особено полезно е изследването на чувствителността на системата, което дава възможност да се установи степента на влияние на входните параметри върху изходните характеристики и отграничат параметрите с най-силно

или най-слабо влияние, като по-този начин се установяват най-ефективните начини за подобряване на характеристиките на системата. За разглежданите числени стойности на параметрите е установено, че резултатите от вероятностно-статистическото моделиране относно броя на необходимите автосамосвали съвпадат с резултатите от детерминирания случай ( $k=3$ ), но има около 10.55% вероятност при  $k=2$  характеристиките на системата да са по-добри съгласно критерия  $O$ .



в)

фиг.9 Чувствителност на характеристиката  $T3$  спрямо изменението на входните параметри, представена чрез: лентовидна диаграма а), линейни графики б), точкова диаграма в)

### Литература

1. Митрев Р. Изследване на комплект машини за механизация на земекопно-транспортните работи с отчитане на неопределеността: Част I – дефиниране на стохастичен математически модел. Българско списание за инженерно проектиране, бр.36, август 2018 г.
2. Панов В. Оценка на часовите разходи за владеење и експлоатация на земекопни и пътни машини, част 1, сп. Строителна техника, бр. 10, 32-40, С., 2006.
3. Панов В. Оценка на часовите разходи за владеење и експлоатация на земекопни и пътни машини, част 2, сп. Камioni, бр. 4, 78-84, С., май 2007.
4. Emilio Bastidas-Arteaga, Abdel-Hamid Soubra. Reliability Analysis Methods. Michael A. Hicks; Cristina Jommi. ALERT Doctoral School 2014 - Stochastic Analysis and Inverse Modelling, pp.53-77, 2014, 978-2-9542517-5-2.

- [5] [https://en.wikipedia.org/wiki/Wichmann%E2%80%9393\\_Hill](https://en.wikipedia.org/wiki/Wichmann%E2%80%9393_Hill). (посетен на 11.06.2017)
- [6] NAG Library Manual, Mark 27.3. NAG FL Interface. G05 (Rand). Random Number Generators. [https://www.nag.com/numeric/nl/nagdoc\\_latest/flhtml/g05/g05intro.html](https://www.nag.com/numeric/nl/nagdoc_latest/flhtml/g05/g05intro.html) (посетен на 11.06.2017).
7. Boiroju N., Reddy K. Generation of standard normal random numbers, May 2012., Interstat journal, 2012.
8. Артемкин Д., Баринов В., Овечкин Г., Степнов И. Основы компьютерного моделирования систем. Лаборатория базовых знаний, Москва, 2004
9. Albright B., Fox W. Mathematical modeling with Excel. Jones and Bartlett Publishers, 2010.
10. Crystal Ball User's Guide, 11.1.2.4.850, 2017.
11. Kroese D, Taimre T., Botev Z. Handbook of Monte Carlo methods. John Wiley & Sons, Hoboken, NJ 2011.





## СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНЫХ ПО РАСХОДУ ТОПЛИВА УПРАВЛЕНИЙ ОДНИМ КЛАССОМ ЛИНЕЙНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ

Александр СТЕНИН<sup>1</sup> Олег ЛИСОВИЧЕНКО<sup>2</sup> Ирина ШИТИКОВА<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Кафедра технической кибернетики, НТУУ «КПШ» - Киев, Украина

<sup>2</sup>Кафедра технической кибернетики, НТУУ «КПШ» - Киев, Украина

<sup>3</sup>Институт телекоммуникаций и глобального информационного пространства –Киев, Украина  
e-mail:olisov@tk.kpi.ua,alexander.stenin@yandex.ua, irinashitikova54@gmail.com

**Аннотация:** Для рассматриваемого класса линейных нестационарных систем доказана единственность и установлена структура оптимальных по расходу топлива управлений. Задача отыскания оптимальных моментов переключения сведена к решению алгебраических уравнений с точностью, определяемой числом членов разложения в ряд Уолша. В результате применения такого подхода синтезирована программная стратегия оптимального в смысле расхода топлива управления линейной нестационарной системой второго порядка при знакопостоянных и монотонных параметрах.

**Ключевые слова:** линейные нестационарные системы, расход топлива, структура оптимального управления, функции Уолша, оптимальный алгоритм программного управления

### 1. ВВЕДЕНИЕ

При решении задачи синтеза оптимального по расходу топлива управления в классе стационарных систем, размерность которых  $n$  не выше 3-го порядка, успешно используется подход, основанный на сочетании принципа максимума Л.С.Понтрягина с методом фазового пространства [1-3]. В связи с тем, что оптимальное управление в таких системах носит релейный характер, решение задачи синтеза сводится к построению в фазовом пространстве  $X \subset E^n$  исследуемой системы линий ( $n = 2$ ) или гиперповерхностей ( $n > 2$ ) переключения, которые разделяют фазовое пространство на области, образуемые оптимальными траекториями движения изображающей точки системы при соответствующих значениях оптимального управления.

Однако использование аналогичного подхода при решении задачи синтеза оптимальных по расходу топлива управлений в линейных нестационарных системах в связи с нестационарностью их параметров приводит к системе трансцендентных уравнений, не имеющей, как правило, аналитического решения. Ниже предлагается процедура синтеза программных оптимальных по расходу топлива управлений одним классом линейных нестационарных систем с использова-

нием математического аппарата функций Уолша [4].

### 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть динамика линейной нестационарной системы описывается уравнением вида

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t), t \in [t_0, T_f], \bar{x}(t_0) = \bar{x}^{(0)} \quad (1)$$

где  $A(t) = \{a_{ij}(t)\}$ ,  $B(t) = \{b_{ik}(t)\}$  - матрицы размерности  $n \times n$  и  $n \times m$  соответственно, элементы которых являются знакопостоянными

$$\text{sign}[a_{ij}(t)] = \text{const}, \text{sign}[b_{ik}(t)] = \text{const}, \quad (2)$$

монотонными

$$\text{sign}[da_{ij}(t)/dt] = \text{const}, \text{sign}[db_{ik}(t)/dt] = \text{const} \quad (3)$$

функциями, имеют непрерывные первые производные и ограниченные области определения на интервале управления.

Будем также считать, что рассматриваемая система (1) имеет структуру, представляющую собой последовательное соединение нестационарных звеньев первого порядка

$$A(t) = \begin{bmatrix} a_{11}(t) & a_{12}(t) & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & a_{22}(t) & a_{23}(t) & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & a_{ii}(t) & a_{i,i+1}(t) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & a_{mm}(t) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$B(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ b_n(t) \end{bmatrix}$$

Функционал, характеризующий расход топлива, имеет вид

$$I = \int_{t_0}^{T_f} |u(t)| dt, \quad (5)$$

где:  $T_f$  - фиксированное время,  $T_f - t_0 \geq T^{\min}$ , где  $T^{\min}$  - минимальное время, необходимое для перехода соответствующей системы из начального состояния  $\bar{x}(t_0)$  в конечное  $\bar{x}(T_f)$ . На управление накладывается ограничение

$$|u(t)| \leq 1, \quad (6)$$

Требуется определить управление  $u^*(t)$ , удовлетворяющее ограничению (6), переводящую систему (1) из заданного начального состояния  $\bar{x}(t_0)$  в начало координат за фиксированный промежуток времени  $[t_0, T_f]$  и минимизирующее функционал (5).

### 3. ЕДИНСТВЕННОСТЬ И СТРУКТУРА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Для линейной нестационарной системы (1) при фиксированных  $\bar{x}(t_0)$ ,  $t_0$ ,  $T_f$  величина функционала (5)  $I(\bar{u})$  является функцией только  $\bar{u}(t)$ . Покажем, что функционал (5) на множестве  $U_t$  является выпуклой вниз функцией, т.е. выполняется соотношение

$$I(\bar{u}^{(3)}) = I(\lambda \bar{u}^{(1)} + (1-\lambda)\bar{u}^{(2)}) \leq \lambda I(\bar{u}^{(1)}) + (1-\lambda)I(\bar{u}^{(2)}) \quad (7)$$

В данном случае, учитывая выпуклость  $U_t$ , имеем

$$\begin{aligned} I(\bar{u}^{(3)}) &= \int_{t_0}^{T_f} \sum_{k=1}^m \mu_k |u_k^{(3)}(t)| dt = \\ &= \int_{t_0}^{T_f} \sum_{k=1}^m \mu_k |\lambda u_k^{(1)}(t) + (1-\lambda)u_k^{(2)}(t)| dt \leq \\ &\leq \lambda \int_{t_0}^{T_f} \sum_{k=1}^m \mu_k |u_k^{(1)}(t)| dt + (1-\lambda) \int_{t_0}^{T_f} \sum_{k=1}^m \mu_k |u_k^{(2)}(t)| dt = \\ &= \lambda I(\bar{u}^{(1)}) + (1-\lambda)I(\bar{u}^{(2)}) \end{aligned} \quad (8)$$

Таким образом, свойство выпуклости множества достижимости и функционала качества (5) позволяют сделать вывод, что поставленная задача управления является выпуклой. Известно, что решение выпуклой задачи существует. Это в свою очередь означает, что существует управление, удовлетворяющее ограничению  $\bar{u}(t) \in U_t, t \in [t_0, T_f]$  при условии  $T_f - t_0 \geq T^{\min}$  и переводящее линейную нестационарную систему (1) из произвольного начального состояния  $\bar{x}(t_0) \in X \subset G_{T_f}$  в начало координат, и минимизирующее при этом функционал (5).

Учитывая, что в работе [5] доказана единственность оптимальных и экстремальных управлений для невырожденных задач, что позволяет сделать вывод, что релейный закон управления, определяемый согласно выражения

$$u^*(t) = -dez\{b_n(t)p_n^*(t)\} \quad (9)$$

абсолютно минимизирует гамильтониан.

Кроме того, для нормальных задач оптимальных в смысле расхода топлива управлений линейной нестационарной системы (1) указанной выше структуры, при условии, что параметры системы являются знакопостоянными и монотонными функциями, максимальное число переключений управления не превышает  $2n - 1$ , где  $n$  - размерность пространства состояний исследуемой системы[5]. При этом наиболее общую последовательность значений оптимального управления  $u^*(t)$  можно записать в соответствии с работой [6] следующим образом:

$$\begin{aligned} 0..u_0...0...-u_0...0, u_0 & \quad (n - \text{четное}), \\ 0...-u_0...0..u_0...0, -u_0 & \quad (n - \text{нечетное}), \end{aligned} \quad (10)$$

где  $u_0 \pm 1$ . Оптимальными могут быть также и упорядоченные последовательности, входящие в общие последовательности вида (10).

#### 4. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Для наглядности решение поставленной задачи при релейном законе изменения управления (9) будем искать для системы (1) при  $n=2$ . Кроме того, следует отметить, что динамику большинства реальных объектов управления можно аппроксимировать системами второго порядка.

Отсюда, пусть динамика рассматриваемого ниже нестационарного объекта на интервале  $[t_0, T_f]$  описывается дифференциальными уравнениями вида

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = a_{11}(t)x_1(t) + a_{12}(t)x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = b_2(t)u(t) \end{cases} \quad (11)$$

соответственно при начальных и граничных условиях

$$\bar{x}^{-T}(t_0) = \{x_1^0, x_2^0\}, \bar{x}(T_f) = \{0, 0\} \quad (12)$$

Согласно работе [6] в этом случае наиболее полная оптимальная последовательность управлений имеет вид

$$u_0, 0, -u_0, \quad (13)$$

где  $u_0 = \pm 1$ , и, следовательно, в системе (11) необходимо определить моменты переключения  $t_1$  и  $t_2$ .

Предположим, что найдено приближение коэффициентов уравнений (11) в виде рядов по системе функций Уолша

$$\begin{aligned} a_{11}(t) &\approx \sum_{r=0}^{R-1} a_r^{(11)} \phi_r(t) = \bar{a}^{-(11)T} \bar{\phi}_R(t), \\ a_{12}(t) &\approx \sum_{r=0}^{R-1} a_r^{(12)} \phi_r(t) = \bar{a}^{-(12)T} \bar{\phi}_R(t), \\ b_2(t) &\approx \sum_{r=0}^{R-1} b_r \phi_r(t) = \bar{b}^{-T} \bar{\phi}_R(t), \end{aligned} \quad (14)$$

где  $\bar{\phi}_R^{-T}(t) = \{\phi_0(t), \dots, \phi_r(t), \dots, \phi_{R-1}(t)\}$  -  $R$ -мерный вектор функций Уолша, заданных на интервале  $[t_0, T_f]$ ;  $R$  - число членов разложения в ряд Уолша;

$$\bar{a}^{-(11)T} = \{a_0^{11}, \dots, a_r^{11}, \dots, a_{R-1}^{11}\},$$

$$\bar{a}^{-(12)T} = \{a_0^{12}, \dots, a_r^{12}, \dots, a_{R-1}^{12}\}, \quad - R\text{-мерные векторы}$$

$$\bar{b}^{-T} = \{b_0, \dots, b_r, \dots, b_{R-1}\}$$

постоянных коэффициентов  $R$ -мерного вектора

функций Уолша для функций  $a_{11}(t), a_{12}(t), b_2(t)$  соответственно.

Заметим, что если коэффициенты уравнения (11) известные функции, то постоянные коэффициенты разложений (14) определяются по формуле

$$a_j = \int_0^1 f(x) \phi_j(x) dx \quad (j = 0, 1, \dots) \quad (15)$$

с учетом масштаба времени  $x = \frac{t-t_0}{T_f-t_0}, x \in [0, 1]$ .

Если математическое описание объекта известно с точностью до параметров, то соответствующие приближения могут быть получены с использованием методики параметрической идентификации линейных динамических систем, предложенной в работе авторов [7].

Интегрируем систему (11) от заданного начального состояния  $\bar{x}(t_0)$  до нулевого конечного  $\bar{x}(T_f) = \bar{0}$ . При этом на каждом из интервалов постоянства управления (13) начальные условия последующего интервала определяются из условия сопряжения траектории движения. При интегрировании используем операционную матрицу интегрирования  $P^I_{(R \times R)}$  [8], которая с учетом рассматриваемого интервала управления  $[t_0, T_f]$  может быть определена в виде  $P^I_{(R \times R)} = (T_f - t_0) P_{(R \times R)}$ .

Рассмотрим интервал  $[t_0, t_1], u^* = u_0$  и из (11) с учетом (14) и  $P^I_{(R \times R)}$  для  $x_2(t)$  получим

$$x_2(t) = x_2^0 + u_0 \bar{\beta}^{-T} \bar{\phi}_R(t), \quad (16)$$

где  $\bar{\beta}^{-T} = \bar{b}^{-T} P^I_{(R \times R)}$ .

Для  $x_1(t)$  с учетом (14) и (16) имеем

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \left\{ \int_{t_0}^t (\bar{a}^{-(12)T} \bar{\phi}_R(t)) (x_2^0 + u_0 \bar{\beta}^{-T} \bar{\phi}_R(t)) \times \right. \\ &\times \exp\left(-\int_{t_0}^t \bar{a}^{-(11)T} \bar{\phi}_R(t) dt\right) dt + C_1 \left. \right\} \exp\left(\int_{t_0}^t \bar{a}^{-(11)T} \bar{\phi}_R(t) dt\right) \end{aligned} \quad (17)$$

Обозначим

$$\bar{\alpha}^{-(11)T} = \bar{a}^{-(11)T} P^I_{(R \times R)}, \quad (18)$$

$$\bar{d}^{-(1)T} \bar{\phi}_R(t) = x_2^0 \bar{a}^{-(12)T} \bar{\phi}_R(t) + u_0 \bar{f}^{-T} \bar{\phi}_R(t),$$

где  $\bar{f}$  -  $R$ -мерный вектор постоянных коэффициентов, каждый элемент которого в силу свойства мультипликативности системы функций Уолша определяется как

$$f_r = \sum_{r_1=0}^{R-1} a_{r_1}^{(12)} \beta_{r_1 \oplus r} \quad (r = \overline{0, R-1}). \quad (19)$$

С учетом введенных обозначений (18) и операционной матрицы интегрирования, запишем (17) в виде

$$x_1(t) = \left\{ \int_{t_0}^t \bar{d}^{(1)T} \bar{\phi}_R(t) \exp(-\bar{\alpha}^{(11)T} \bar{\phi}_R(t)) dt + C_1 \right\} \exp(\bar{\alpha}^{(11)T} \bar{\phi}_R(t)). \quad (20)$$

Так как

$$\begin{aligned} \bar{d}^{(12)T} \bar{\phi}_R(t) &= \exp(-\bar{\alpha}^{(11)T} \bar{\phi}_R(t)), \\ \bar{d}^{(3)T} \bar{\phi}_R(t) &= \exp(\bar{\alpha}^{(11)T} \bar{\phi}_R(t)), \end{aligned}$$

то подынтегральное выражение в (20) можно записать как

$$\bar{d}^{(4)T} \bar{\phi}_R(t) = \bar{d}^{(1)T} \bar{\phi}_R(t) \bar{d}^{(2)T} \bar{\phi}_R(t),$$

где  $\bar{d}^{(4)}$  -  $R$ - мерный вектор постоянных коэффициентов, определяемый аналогично выражению (19).

Окончательно получим выражение (20) в виде

$$x_1(t) = \bar{d}^{(6)T} \bar{\phi}_R(t) + C_1 \bar{d}^{(3)T} \bar{\phi}_R(t), \quad (21)$$

где  $\bar{d}^{(6)}$  -  $R$ -мерный вектор постоянных коэффициентов, определяемый как

$$d_r^{(6)} = \sum_{r_1=0}^{R-1} d_{r_1}^{(5)} d_{r_1 \oplus r}^{(3)} \quad (r = \overline{0, R-1});$$

$\bar{d}^{(5)}$  -  $R$ -мерный вектор постоянных коэффициентов, определяемый как

$$\bar{d}^{(5)T} = \bar{d}^{(4)T} P_{(R \times R)}.$$

Из (21) с учетом начальных условий (12) определим постоянную интегрирования

$$C_1 = (x_1^0 - \bar{d}^{(6)T} \bar{\phi}_R(t_0)) / \bar{d}^{(3)T} \bar{\phi}_R(t).$$

Аналогично интегрируем (11) в интервале  $[t_1, t_2]$ , когда  $u^* \equiv 0$ . Находим

$$x_2(t) = x_2^0 + u_0 \bar{\beta}^T \bar{\phi}_R(t_1) = H,$$

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \left\{ \int_{t_1}^t (\bar{a}^{(12)} \bar{\phi}_R(t)) (x_2^0 + u_0 \bar{\beta}^T \bar{\phi}_R(t_1)) \times \right. \\ &\times \exp\left(-\int_{t_1}^t \bar{a}^{(11)T} \bar{\phi}_R(t) dt\right) dt + C_2 \left. \right\} \exp\left(\int_{t_1}^t \bar{a}^{(11)T} \bar{\phi}_R(t) dt\right) \end{aligned} \quad (22)$$

Рассуждая аналогично предыдущему случаю, запишем с учетом (22) выражение для  $x_1(t)$  в виде

$$x_1(t) = H \bar{d}^{(9)T} \bar{\phi}_R(t) + C_2 \bar{d}^{(3)T} \bar{\phi}_R(t), \quad (23)$$

где  $\bar{d}^{(9)}$  -  $R$ -мерный вектор, определяемый как

$$d_r^{(9)} = \sum_{r_1=0}^{R-1} d_{r_1}^{(8)} d_{r_1 \oplus r}^{(3)} \quad (r = \overline{0, R-1})$$

$\bar{d}^{(8)}$  -  $R$ -мерный вектор, определяемый как

$$\bar{d}^{(8)T} = \bar{d}^{(7)T} P_{(R \times R)};$$

$\bar{d}^{(7)}$  -  $R$ -мерный вектор, определяемый как

$$d_r^{(7)} = \sum_{r_1=0}^{R-1} a_{r_1}^{(12)} d_{r_1 \oplus r}^{(2)} \quad (r = \overline{0, R-1}).$$

Определим постоянную интегрирования  $C_2$  в уравнении (23) с учетом (21) следующим образом:

$$\begin{aligned} C_2 &= (\bar{d}^{(6)T} \bar{\phi}_R(t_1) + C_1 \bar{d}^{(3)T} \bar{\phi}_R(t_1) - \\ &- H \bar{d}^{(9)T} \bar{\phi}_R(t_1)) / \bar{d}^{(3)T} \bar{\phi}_R(t_1). \end{aligned}$$

Интегрируя (11) на последнем интервале  $[t_2, T_f]$

при  $u^* = -u_0$ , получаем

$$x_2(t) = C_3 - u_0 \int_{t_2}^t \bar{b}^T \bar{\phi}_R(t) dt = C_3 - u_0 \bar{\beta}^T \bar{\phi}_R(t), \quad (24)$$

откуда  $C_3$  учетом (22) имеет вид

$$C_3 = H + u_0 \bar{\beta}^T \bar{\phi}_R(t_2).$$

Для  $x_1(t)$  с учетом (24) получим выражение

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \left\{ \int_{t_2}^t \bar{a}^{(12)T} \bar{\phi}_R(t) (C_3 - u_0 \bar{\beta}^T \bar{\phi}_R(t)) \exp(\bar{\alpha}^{(11)T} \bar{\phi}_R(t)) \right. \\ &+ C_4 \left. \right\} \exp(\bar{\alpha}^{(11)T} \bar{\phi}_R(t)) = \\ &= C_3 \bar{d}^{(9)T} \bar{\phi}_R(t) - u_0 \bar{d}^{(12)T} \bar{\phi}_R(t) + C_4 \bar{d}^{(3)T} \bar{\phi}_R(t) \end{aligned} \quad (25)$$

где  $\bar{d}^{(12)}$  -  $R$ -мерный вектор постоянных коэффициентов, определяемый как

$$\bar{d}_r^{(12)} = \sum_{r_1=0}^{R-1} d_{r_1}^{(11)} d_{r_1 \oplus r}^{(3)} \quad (r = \overline{0, R-1})$$

$\bar{d}^{(11)}$  - R-мерный вектор постоянных коэффициентов, определяемый как

$$\bar{d}^{(11)T} = \bar{d}^{(10)T} P_{R \times R};$$

$\bar{d}^{(10)}$  - R-мерный вектор постоянных коэффициентов, определяемый как

$$\bar{d}_r^{(10)} = \sum_{r_1=0}^{R-1} d_{r_1}^{(7)} \beta_{r_1} \quad (r = \overline{0, R-1})$$

Постоянную интегрирования  $C_4$  из (25) с учетом (23) определим в виде

$$C_4 = (H \bar{d}^{(9)T} \bar{\phi}_R(t_2) + C_2 \bar{d}^{(3)T} \bar{\phi}_R(t_2) - C_3 \bar{d}^{(9)T} \bar{\phi}_R(t_2) + u_0 \bar{d}^{(12)T} \bar{\phi}(t_2)) / \bar{d}^{(3)T} \bar{\phi}_R(t_2)$$

Так как в рассматриваемой оптимизационной задаче область цели - начало координат, то положив  $x_2(T_f) = x_1(T_f) \leq \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  - заданная точность достижения конечного состояния, из (24) и (25) получим следующее неравенство для определения  $t_1$  и  $t_2$ :

$$H_4 H_1 + H_2 + H_3 f(t_1, t_2) \leq \varepsilon, \quad (26)$$

где

$$H_1 = \bar{d}^{(9)T} \bar{\phi}_R(T_f);$$

$$H_2 = -u_0 \bar{d}^{(12)T} \bar{\phi}_R(T_f);$$

$$H_3 = \bar{d}^{(3)T} \bar{\phi}_R(T_f);$$

$$H_4 = u_0 \bar{\beta}^T \bar{\phi}_R(T_f) = H + u_0 \bar{\beta}^T \bar{\phi}_R(t_2) = C_3$$

являются постоянными и вычисляются заранее;  $f(t_1, t_2)$  - функция моментов переключения  $t_1, t_2$ , равная:

$$f(t_1, t_2) = [(H - H_4) \bar{d}^{(9)T} \bar{\phi}_R(t_2) + u_0 \bar{d}^{(12)T} \bar{\phi}_R(t_2) + H_5] / \bar{d}^{(3)T} \bar{\phi}_R(t_2) + [\bar{d}^{(6)T} \bar{\phi}_R(t_1) - H \bar{d}^{(9)T} \bar{\phi}_R(t_1)] / \bar{d}^{(3)T} \bar{\phi}_R(t_1) \bar{d}^{(3)T} \bar{\phi}_R(t_2) \quad (27)$$

Здесь  $H_5 = (x_1^0 - \bar{d}^{(6)T} \bar{\phi}_R(t_0)) / \bar{d}^{(3)T} \bar{\phi}_R(t_0) = const$  и также вычисляется заранее.

## 5. ОПТИМАЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ

Искомые оптимальные моменты переключения  $t_1$  и  $t_2$  определяются по следующему алгоритму:

Шаг 1. В зависимости от начального состояния

выбирается знак  $u_0$ ;

Шаг 2. Если начальная точка  $\bar{x}(t_0)$  находится в I или III квадранте, отыскивается время  $t'$  ее перевода на ось  $x_1$  для системы (11) по уравнению

$$\varepsilon = x_2(t_0) + u_0 \bar{\beta}^T \bar{\phi}_R(t').$$

Шаг 3. По количеству функций в системе Уолша  $R = 2^d, d$  - целое число  $d = 1, 2, \dots$  определяется нижняя граница числа интервалов разбиения заданного отрезка  $[t_0, T_f] - l, l \geq R$ , откуда находится длительность шага разбиения  $\Delta t = (T_f - t_0) / l$  для последующего поиска искомых моментов переключения;

Шаг 4. Задается значение  $t_1 = t' + k \Delta t, k = 1$ ;

Шаг 5. Перебором значений  $t_2$  от  $t_1 + \Delta t$  до  $T_f$  с дискретностью  $\Delta t$  проверяется неравенство (26). Если в некоторой точке  $t_2$  неравенство (26) выполняется, то найдены искомые значения  $t_1$  и  $t_2$ . В противном случае, выбирается следующее значение  $k = k + 1, t_1 = t' + k \Delta t$  и работа алгоритма продолжается.

Следует отметить, что данный алгоритм учитывает и наличие неоптимальных областей, для которых он не будет иметь решение, т.е. при любых начальных условиях он имеет конечную, заранее рассчитанную, вычислительную процедуру.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для рассматриваемого класса линейных нестационарных систем доказана единственность и установлена структура оптимальных по расходу топлива управлений. Аппроксимация рядами Уолша матриц переменных коэффициентов и интегрирование исходных уравнений, используя свойства системы функций Уолша, позволяет получить траектории движения и определить искомые моменты переключения управления по предложенному алгоритму. При этом задача отыскания оптимальных моментов переключения сведена к решению алгебраических уравнений с точностью, определяемой числом членов разложения в ряд Уолша. В результате применения

такого подхода синтезирована программная стратегия оптимального в смысле расхода топлива управления линейной нестационарной си-

стемой второго порядка при знакопостоянных и монотонных параметрах.

#### Литература

1. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.В. Математическая теория оптимальных процессов. -М.: Физматгиз, 1961. -392с.
2. Атанс М., Фалб П. Оптимальное управление, - М.: Машиностроение, 1968.– 764 с.
3. Павлов, А.А. Синтез релейных систем оптимизации по быстродействию / А.А. Павлов. – М. : Наука, 1988. – 150 с.
4. Залманзон Л. А. Преобразования Фурье, Уолша, Хаара и их применение в управлении, связи и других областях. — М.: Наука, 1989.
5. Игнатенко В.Н., Аракелян С.А. Единственность оптимальных по расходу топлива управлений в линейных нестационарных системах // Адаптивные системы автомат. упр.: Респ. межвед. науч. – техн. сб. – 1984. – Вып. 12. – С.62-67.
6. К. Х. Зеленський, В. М. Ігнатенко, О. А. Стенін. Структурна властивість оптимальних за витратами палива процесів управління в динамічних системах. Міжвідомчий науково-технічний збірник «Адаптивні системи автоматичного управління» - К.: 2017, №2(31). сс. 12-16.
7. А.А. Стенин, М.М. Ткач, Е.Ю. Мелкумян. Обобщенный алгоритм идентификации линейных динамических систем на базе сплайн-функций Уолша // Міжвідомчий науково-технічний збірник «Адаптивні системи автоматичного управління». – К.: - 2012. - Вип. 20(40).сс.131-136.
8. Chen C.F., Hsiao C.H. Walsh series analysis in optimal control // Int. g. Contr.- 1975. – v.21. -№6. – P.881-897.

## МОДЕЛНО ОРИЕНТИРАН ПОДХОД ЗА УПРАВЛЕНИЕ НА МОДИФИКАЦИИТЕ

Петър ГОРАНОВ<sup>1</sup> Елена ТОДОРОВА<sup>2</sup> Десислава ГЕОРГИЕВА<sup>3</sup>

<sup>1</sup>катедра ОТСК Технически университет - София, България  
e-mail: pvgor@tu-sofia.bg

<sup>2</sup>катедра ОТСК, Технически университет - София, България  
e-mail: etodorova@tu-sofia.bg

<sup>3</sup>катедра ОТСК, Технически университет - София, България  
e-mail: desyst@abv.bg

**Резюме:** Използването на CAD системи за проектиране на изделията и генерираните от тях електронни документи изисква адекватен инструмент за тяхното управление. Такава роля изпълняват PDM/PLM системите, но те не поддържат формализирано представяне на продукта – те обработват данни, а не интегриран модел. Моделно-ориентираните дефиниции са нова стратегия за управление на процесите и информацията. При този подход по-голяма част от данните са структурирани в CAD модела, което позволява тяхната по-добра съгласуваност, избягване повтаряне на информация и по-високо ниво на интегриране с CAD/CAE инструментите. В настоящата работа се обсъжда моделно ориентиран подход за управление на модификациите. Той е основан на разширената структурна схема, разглеждана като част от CAD модела на продукта. В нея се отразяват отношенията, които са свързани с механично взаимодействие между два компонента, допълнени с функционални връзки. Разработването и включването на разширената структурна схема в CAD модела изисква допълнителни усилия по време на разработване на продукта, но това е оправдано заради постигане на по-високо ниво на автоматизация на управлението на процесите и съответно – намаляване на вероятността за грешки.

**Ключови думи:** CAD, структурна схема, управление на модификации

### 1. УВОД

Широкото използване на CAD системи и генерираните от тях електронни документи изисква адекватен инструмент за тяхното управление. Такава роля изпълняват PDM/PLM системите. Тези системи са отговорни за интегриране и управление на процесите, приложенията и всички данни за продукта между множество системи и представянния [2].

PDM/PLM са предназначени за управление по най-ефективния начин на продуктите на компанията по време на техния жизнен цикъл – от първоначалната идея за продукта до неговото рециклиране или унищожаване [3]. Във връзка с това може да се посочи, че PDM/PLM системите не поддържат формализирано представяне на продукта – те обработват данни, а не интегриран модел [4].

Моделно-ориентираните дефиниции са нова стратегия за управление на процесите и информацията. При този подход по-голяма част от данните са структурирани в CAD модела, което позволява тяхната по-добра съгласуваност,

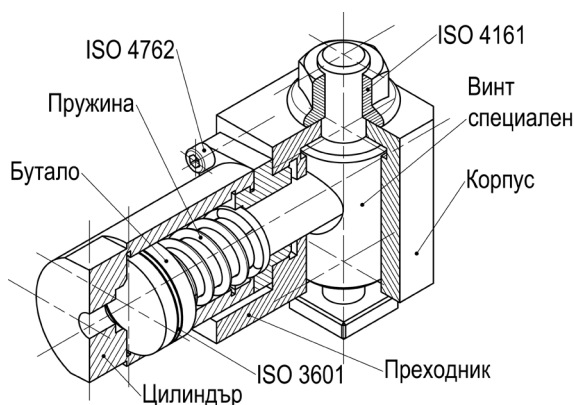
избягване повтаряне на информация и по-високо ниво на интегриране с CAD/CAE инструментите [1].

Модифицирането на продукта обикновено се свързва с понятието „конструкторска транзакция“. Конструкторската транзакция трябва да гарантира преминаване на CAD модела от едно съгласувано състояние в друго. В тази връзка трябва да се решат проблеми, свързани с:

- разпространение на промените;
- съгласуване на геометричните параметри.

Модификацията на един компонент може да изисква съответни промени в един или няколко други компонента. За да се гарантира съгласуваността на модела трябва системата за автоматизация да може да определя свързаните компоненти. За целта CAD моделът трябва да съдържа действителните връзки между компонентите.

В настоящата работа се обсъждат разглежданите проблеми и се предлага възможно решение.



Фиг.1 Примерна сглобена единица „Притискач хидравличен“

## 2. СТРУКТУРНАТА СХЕМА КАТО ОСНОВА ЗА УПРАВЛЕНИЕ НА МОДИФИКАЦИИТЕ

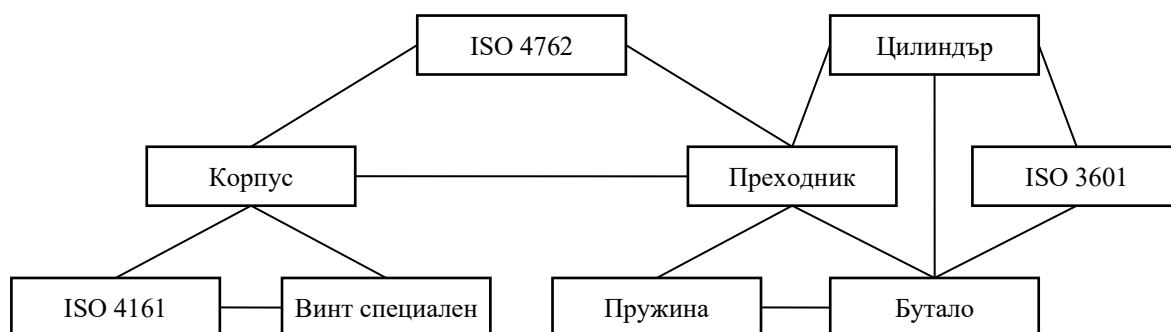
Структурната схема на сглобената единица „Притискач хидравличен“ (фиг.1) е показана на фиг.2. По определение структурната схема съдържа само основните функционални компоненти на продукта и тяхната взаимна връзка. С оглед на решаване на задачи, свързани с анализ на структурата на сглобената единица, се въвежда „разширена структурна схема“, която

съдържа всички компоненти, а връзките се прецизират до ниво механично взаимодействие. По този начин дефинираната структурна схема може да се разглежда като конкретизация на Списъка на съставните части с добавени връзки между компонентите. Показаната на фиг.2 структурна схема е всъщност разширената структурна схема на сглобената единица.

Разширената структурна схема може да се разглежда като абстракция на CAD модела на продукта, при което геометричните модели на компонентите са обобщени до наименованието им, а геометричните връзки (геометричните ограничения за позициониране) – като наличие на геометрично взаимодействие.

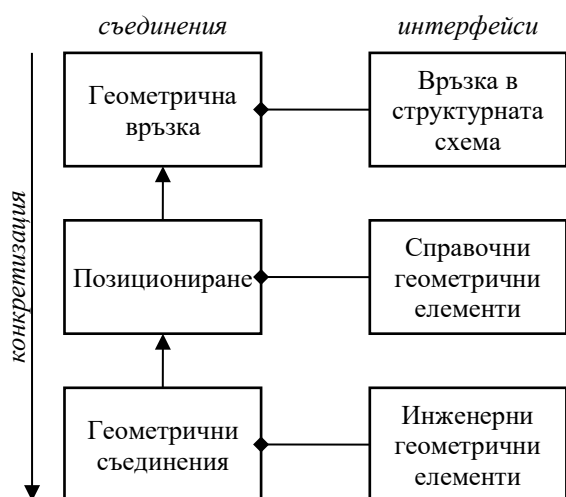
Абстракцията, която предлага структурната схема, води до изключително опростяване на описанието на продукта, което е подходящо за целите на управлението на процесите. Проследяването на връзките в структурната схема позволява да се определят кои компоненти може да бъдат засегнати в резултат от предвидени промени. Например за разглежданата сглобена единица (фиг.1) модификация на Буталото може да налага съответни промени в Цилиндъра, Преходника, Пружината и О-пръстена – съгласно разширената структурна схема (фиг.2).

## 3. ЗАПИСВАНЕ НА СТРУКТУРНАТА СХЕМА В МОДЕЛА



Фиг.2 Разширена структурна схема на сглобената единица от фиг.1





Фиг.3 Нива на абстракция на геометричните интерфейси и съединения

Всяка CAD система позволява към геометричното описание на компонент да се добавят атрибути, които съдържат потребителски данни. Тези атрибути може да съдържат препратки към свързаните компоненти съгласно структурната схема. Дефинирането и манипулирането на структурната схема в CAD модела има определени предимства, понеже по този начин по-лесно се поддържа съответствието между схемата и модела, особено при по-съществени промени (добавяне или премахване на компоненти).

Наложените в CAD модела геометрични ограничения за позициониране по принцип би трябвало да отговарят на съществуващи механични връзки. В редица случаи, в зависимост от начина и последователността на създаване на модела, се налагат геометрични ограничения, които изразяват съществуващи геометрични отношения, но не съответстват на начина, по който тези отношения се създават. Поради тези обстоятелства не може да се приеме, че автоматично генерираната въз основа на наложените геометрични ограничения структурна схема съответства на действителната структура на продукта.

#### 4.НИВА НА АВТОМАТИЗАЦИЯ НА УПРАВЛЕНИЕТО НА МОДИФИКАЦИИТЕ

Детайлите се сглобяват посредством създаване на съединения. За тази цел детайлите предоставят геометрични интерфейси.

Съединенията и интерфейсите може да се разглеждат на различни нива на абстракция, илюстрирани на фиг.3. При конструиране „отгоре-надолу” информацията за механичните интерфейси се конкретизира последователно на следните нива:

- абстрактна геометрична връзка – връзка в структурната схема;
- позициониране на компонента – обикновено се осъществява посредством справочни геометрични елементи (поради липса на актуална геометрия);
- пълно дефиниране на съединенията след създаване на завършена геометрия.

Структурната схема осигурява основно ниво на управление на модификациите – позволява да се определят компонентите, които е възможно да се засегнат от промените. Конструкторът трябва да прецени кои от тях трябва да бъдат коригирани.

В редица случаи начините на съединяване на компонентите и геометричните им интерфейси се определят още на етап концептуално конструиране. Това включва геометричната конфигурация и геометричните параметри. Добавянето на тази информация в структурната схема позволява да се повиши нивото на автоматизация по отношение разпространението на промените. Възможните компоненти, които трябва да се коригират, се филтрират в зависимост от това, дали са изменени геометричните параметри на техните интерфейси.

#### 5.ИЗВОДИ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящата работа се обсъжда моделно ориентиран подход за управление на модификациите. Той е основан на структурната схема, разглеждана като част от CAD модела на продукта.

В структурната схема се отразяват връзките, които са свързани с механично взаимодействие между два компонента. В някои случаи може да

съществува функционална връзка между геометрични елементи, между които няма механична връзка – например за правилното функциониране на продукта може да е необходимо два отвора, принадлежащи на различни компоненти, да са съосни. В тези случаи е необходимо структурната схема да се допълни и с функционалните връзки.

Разработването и включването на разширената структурна схема в CAD модела изисква допълнителни усилия по време на разработване на продукта. В следствие това води до по-високо ниво на автоматизация на управлението на процесите и съответно – намаляване на вероятността за грешки. Времето, през което продуктът се произвежда и поддържа обикновено е значително по-дълго от времето за неговото разработване, поради което допълнителните усилия може да се смятат за оправдани.

#### Литература:

1. **Alemanni M., Destefanis F. and Vezzetti E.**, Model-based definition design in the product lifecycle management scenario, *Int J Adv Manuf Technol* (2011) 52:1–14.
2. **Li S.-H., Chen J.-L., Yen D. and Lin Y.-H.**, Investigation on auditing principles and rules for PDM/PLM system implementation, *Computers in Industry* 64 (2013) 741–753.
3. **Paavel M., Karjust U. and Majak J.**, Development of a product lifecycle management model based on the fuzzy analytic hierarchy process, *Proceedings of the Estonian Academy of Sciences*, 2017, 66, 3, 279–286.
4. **Weber C., Werner H. and Deubel T.**, A different view on Product Data Management/Product Life-Cycle Management and its future potentials, *J. Eng. Design*, Vol. 14, No. 4, December 2003, 447–464

## MODEL ORIENTED APPROACH TO MANAGEMENT OF MODIFICATIONS

**Petar GORANOV<sup>1</sup> Elena TODOROVA<sup>2</sup> Desislava GEORGIEVA<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Department of BMD, Technical University-Sofia, Bulgaria  
e-mail: pvgor@tu-sofia.bg

<sup>2</sup>Department of BMD, Technical University-Sofia, Bulgaria  
e-mail: etodorova@tu-sofia.bg

<sup>3</sup>Department of BMD, Technical University-Sofia, Bulgaria  
e-mail: desyst@tu-sofia.bg

**Abstract:** The use of CAD systems for designing the products and the electronic documents they generate requires an adequate tool for their management. Such a role is played by PDM / PLM systems, but they do not support a formalized presentation of the product - they process data rather than an integrated model. Model-oriented definitions are a new strategy for process and information management. With this approach, much of the data is structured in the CAD model, allowing for better coherence, avoiding repetition of information and a higher level of integration with CAD / CAE tools. A model-oriented approach to modification management is discussed in the present paper. It is based on the extended structural scheme considered as part of the CAD product model. It reflects the connections that are related to mechanical interaction between two components, supplemented with functional connections. The development and inclusion of the extended structural scheme in the CAD model requires additional effort during product development, but this is justified by the achievement of a higher level of automation of process management and thus a reduction in the probability of errors.

**Keywords:** CAD, structural scheme, modification management

## РЕШАВАНЕ НА ЗАДАЧАТА ЗА ОПТИМАЛНО ФОРМИРАНЕ НА КОМПЛЕКТ ЗЕМЕКOPHO-ТРАНСПОРТНИ МАШИНИ ЧРЕЗ МЕТОДА НА СТАТИСТИЧЕСКОТО МОДЕЛИРАНЕ

Росен МИТРЕВ

катедра „Инженерна логистика, подземно-транспортна и строителна техника“, Технически университет - София, България  
e-mail: [rosenm@tu-sofia.bg](mailto:rosenm@tu-sofia.bg)

**Резюме:** В работата се разглежда решаването на задачата за формиране на оптимален комплект земекопно-транспортни машини чрез метода на статистическото моделиране. Анализът на съществуваща теоретична методика показва, че тя не може да бъде приложена за избор на оптимален комплект машини от съществуващ размерен ред без допълнителни изчисления. Методът на статистическото моделиране успешно се използва за избор на комплект машини, като при това се отчита дискретния характер на задачата. Предложеният алгоритъм е използван за построяване на графики, показващи оптималните характеристики на машините като функция на разстоянието на което се превозва почвата. За някои от характеристиките е установена значителна разлика между теоретичните и симулационните резултати. Основно предимство на предлаганият подход е, че освен оптималното решение, се намират и субоптимални решения, което значително разширяват възможностите за избор между повече от един комплект машини.

**Ключови думи:** комплект машини, статистическо моделиране, оптимален избор

### 1. ВЪВЕДЕНИЕ

Комплексната механизация на земекопно - транспортните работи в строителството и минната индустрия се извършва чрез рационален избор на комплект машини, извършващи взаимосвързани работи в технологичния процес [3]. В комплекта машини, водещите машини изпълняват основната технологична операция и определят темпа и ритъма на работа на спомагателните машини. Чрез подходящи математически модели на комплекта могат да се изчислят технико-икономическите характеристики, да се определи експлоатационно-технологичната надеждност и степента на рационално използване на техническите ресурси [4,5].

Изборът на машините, формиращи комплекта, следва да осигури не само тяхното формално съгласуване по технически и технико-икономически показатели – височина, производителност, товароподемност, обеми на работни органи и др. [1], но и да осигури максимална ефективност на извършване на технологичния процес, която се измерва чрез един или повече технико-икономически критерии.

Една широко разпространена методика за оптимален избор на комплект машини „багер -

автосамосвали“ е представена в [2,3]. Критерият за оптимален избор са относителните приведените разходи при експлоатацията на комплекта (запазени са оригиналните означения от [2]):

$$y = \frac{C_E + C_A N + C_l n 2l}{\Pi_{cm}} + \frac{E_H (S_E + S_A N)}{\Pi_{cm} T_{cmz}} \quad (1)$$

където:  $C_E$  – експлоатационни разходи за една машиносмяна на багера, у.п.е/см (условни парични единици (у.п.е) за смяна);  $C_A$  – постоянни експлоатационни разходи за една машиносмяна на автосамосвала, не зависещи от изминатото разстояние, у.п.е/см;  $N$  – брой автосамосвали, необходими за обслужване на багера;  $C_l$  – променливи експлоатационни разходи за една машиносмяна на автосамосвала, зависещи от изминатото разстояние, у.п.е/см;  $n$  – брой на циклите на всички автосамосвали за една машиносмяна, бр./см;  $l$  – разстояние на преместване на изкопаната почва – от мястото на натоварване до мястото на разтоварване, km.;  $g$  – товароподемност на автосамосвала, t;  $E_H$  – нормативен коефициент на ефективност на капиталните вложения;  $S_E, S_A$  – инвентарна стойност на багера и автосамосвала съответно, у.п.е;  $\Pi_{cm}$  – производителност на комплекта машини за една машиносмяна, t/см;  $T_{cmz}$  – брой работни смени на комплекта за година.

Като резултат от приложението на методиката се определят следните оптимални характеристики, за които критерият (1) има минимум: 1) типоразмерите на багера и автосамосвалите; 2) броят на автосамосвалите, обслужващи багера; 3) технически и технико-икономически характеристики на комплекта.

Основните зависимости, по които се изчисляват оптималните характеристики на комплекта са следните [2]:

$$N = 1 + \frac{120l}{v_{CP}t_{II}} \quad (2)$$

където:  $v_{CP}$  – средна скорост на движение на автосамосвала при отчитане на времето за разтоварване, km/h;  $t_{II}$  – време, необходимо за натоварване на автосамосвала, min:

$$t_{II} = \frac{t_{II}gk_{\Gamma}}{qk_Hk_P\gamma} \quad (3)$$

където:  $t_{II}$  – продължителност на работния цикъл на багера – (4), min;  $k_H, k_P$  – коефициенти на напълване и на разрохкване на почвата, съответно;  $k_{\Gamma}$  – коефициент на използване на товароподемността на автосамосвала;  $q$  – обем на кофата на багера,  $m^3$ ;  $\gamma$  – плътност на почвата,  $t/m^3$ . Продължителността на работния цикъл на багера се премята чрез следното регресионно уравнение:

$$t_{II} = \alpha(E_3 + E_4q) \quad (4)$$

където:  $\alpha$  – коефициент, отчитащ групата на почвата;  $E_3, E_4$  – регресионни коефициенти.

Броят на циклите на всички автосамосвали за една машиносмяна е:

$$n = \frac{60t_{CM}}{t_{II}} \quad (5)$$

където:  $t_{CM}$  – продължителност на работата на багера за една машиносмяна, h.

$$P_{CM} = ngk_{\Gamma} \quad (6)$$

Още, разходите на багера се дефинират като линейна функция на обема на кофата на багера:

$$C_E = E_1 + E_2q \quad (7)$$

$$S_E = E_5 + E_6q \quad (8)$$

а на автосамосвала – като линейна функция на неговата товароподемност:

$$C_A = A_1 + A_2g \quad (9)$$

$$C_I = A_3 + A_4g \quad (10)$$

$$S_A = A_5 + A_6g \quad (11)$$

Използвайки приведените зависимости, се установява, че теоретично определените оптимална товароподемност на автосамосвала  $g_{OPT}$  и оптималният обем на кофата на багера  $q_{OPT}$  са [2,3]:

$$g_{OPT} = \sqrt{\frac{qk_Hk_P\gamma 120l \left( \left( A_1 + A_5 \frac{E_H}{T_{CM2}} \right) / v_{CP} + A_3t_{CM} \right)}{\alpha \left( A_2 + A_6 \frac{E_H}{T_{CM2}} \right) (E_3 + E_4q)k_{\Gamma}}} \quad (12)$$

$$q_{OPT} = \sqrt{\frac{E_3 \left( A_1 + A_2g + \left( A_5 + A_6g + E_5 \right) \frac{E_H}{T_{CM2}} + E_1 \right)}{\left( E_2 + E_6 \frac{E_H}{T_{CM2}} \right) E_4}} \quad (13)$$

Въпреки, че методиката дава еднозначно определени зависимости за избор на оптимален комплект, в определени случаи нейното приложение е затруднително поради следните причини:

1) Получените теоретични зависимости за оптималния обем на кофата на багера и оптималната товароподемност на автосамосвала са валидни ако разходите (7)-(11) и продължителността на цикъла (4) са апроксимирани чрез линейни зависимости. Само при това условие е възможно аналитичното извеждане на (12) и (13). В много случаи реалната зависимост е нелинейна и нейната необоснована замяна с линейна води до значителна грешка при определяне на оптималните характеристики;

2) Добавянето или премахването на нови машини в размерните редове изисква преизчисляване на регресионните коефициенти  $E_1-E_6, A_1-A_6$  с новите данни;

3) Теоретично определените по (12) и (13) оптимални параметри не съвпадат с параметрите машините в наличния размерен ред. Избирането на най-близките в размерния ред машини води до отклонение от теоретично определената минимална стойност на критерия за оптимизация (1), като освен това възниква въпроса коя машина да се избере - най-близката машина с по-малък обем (товароподемност) или най-близката с по-голям обем (товароподемност). Очевидно е, че по тази

методика оптималният комплект се подбира чрез извършване няколко изчислителни итерации - оценяват се характеристиките на няколко възможни комплекта и се подбира оптималния съобразно наличният размерен ред машини.

В настоящата работа се предлага оптималният комплект машини да се избира от наличния размерен ред на машините чрез метода на статистическото моделиране [6,7] като се отчита дискретния характер на проблема, произтичащ от наличието на определен брой машини в размерния ред. Също така е възможно: 1) да се оцени разликата в резултатите, получени от оригиналната [2] и предлаганата методики; 2) освен оптималното решение, да се получат и субоптималните решения, разширявайки по този начин възможностите за избор между повече от един комплект машини.

## 2. ИЗБОР НА ОПТИМАЛЕН КОМПЛЕКТ МАШИНИ ЧРЕЗ МЕТОДА НА СТАТИСТИЧЕСКОТО МОДЕЛИРАНЕ

Налице е нелинейна оптимизационна задача, чиято целева функция е (1) и се търсят стойностите на  $q$  и  $g$ , които я минимизират при постоянни стойности на останалите параметри. Изборът на оптимален вариант се извършва от приведените в [2] размерни редове на багерите и автосамосвали и техните характеристики, показани в табл.1 и табл.2.

табл.1 Размерен ред на багери

Пореден номер $i$	$q$ , $m^3$	$C_E$ , у.п.е/см	$t_{и}$ , min	$S_E$ , у.п.е
1	0.65	31.29	0.277	14170
2	1.00	37.04	0.293	21175
3	1.25	37.34	0.313	21000
4	1.25	39.09	0.313	25365
5	2.50	61.49	0.360	63130
6	4.60	100.59	0.392	126300

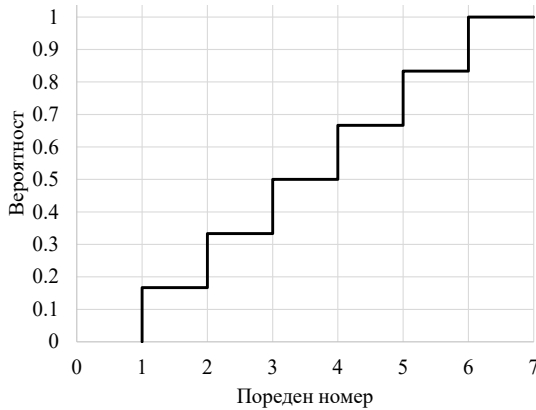
табл.2 Размерен ред на автосамосвали

Пореден номер $j$	$g$ , t	$C_A$ , у.п.е/см	$C_i$ , у.п.е/см	$S_A$ , у.п.е
1	2.25	5.33	0.068	1580
2	4.50	6.80	0.127	3610
3	7.00	9.32	0.176	6420
4	10.00	11.07	0.261	9170
5	10.00	11.44	0.273	8635
6	12.00	11.62	0.276	9010
7	27.00	20.62	0.551	26145

Дефинираната оптимизационна задача спада към класа на дискретните оптимизационни задачи, които се решават чрез известни методи [8]. Тъй като дефиниционната област на целевата функция се състои от краен брой точки, то задачата може да се реши чрез пресмятане на стойността на целевата функция за всички възможни варианти, отграничаване на комбинациите, които удовлетворяват зададени ограничения и избор на оптимален вариант. При по-голяма размерност на задачата този метод е неефективен, а също така и при комбинация между дискретни и непрекъснати целева функция, ограничения и променливи.

Методът на статистическото моделиране се основава на многократно итеративно провеждане на еднотипни симулационни експерименти с математически модел, в който входните параметри са случайни величини [7]. Задача има детерминиран характер и за да се използва метода на статистическото моделиране следва изкуствено да се придаде стохастичен характер. Това се извършва като на всяка стъпка от симулацията по случаен начин с еднаква вероятност се избира пореден номер на машина от табл.1 и табл.2 и за избраната комбинация се регистрира реакцията на системата на случайното въздействие. В технически аспект, случайният избор се извършва чрез законите на вероятностните разпределения на поредните номера в таблицата, като чрез генериране на базови случайни числа се избира поредния номер. На фиг.1 е показан законът на

вероятностното разпределение на поредните номера на автосамосвалите.



фиг.1 Закон на вероятностното разпределение на поредните номера на автосамосвалите

За разглежданата задача, приложението на метода може да бъде описано със следната схема, която има етапи, показани на блок-схемата на фиг.2:

1. Задаване на стойностите на постоянните параметри;
2. Задаване на стойност на  $l$ , променяща се с определена стъпка, в случая 0.1 km в интервала [0.1, 3.5] km;
3. Задаване на броя  $k_{max}$  на еднотипните симулационни експерименти (итерации), променящи се със стъпка 1;
- 4,5. Генериране на базови случайни числа  $R_i$  и  $R_j$  (равномерно разпределени случайни числа в интервала [0,1]) чрез два независими генератора на случайни числа;
- 6,7. Трансформиране на случайните числа  $R_i$  и  $R_j$  в цели случайни числа  $N_i$  и  $N_j$  с равномерно дискретно разпределение по следните зависимости:

$$N_j = \text{round}(1 + 6R_j) \quad (14)$$

$$N_i = \text{round}(1 + 5R_i) \quad (15)$$

Стойностите на  $N_i$  и  $N_j$  са случайно избраните номера на багера и автосамосвала – от табл.1 и табл.2;

8. Проверява се допустима ли е текущата комбинация  $(i,j)$  на избраните багер  $(i)$  и автосамосвал  $(j)$ . Това се извършва като се определя стойността на индикаторна променлива  $F_{(i,j)}$ ,

която е равна на 1 ако текущата комбинация е допустима и 0 – ако е недопустима:

$$F_{(i,j)} = \begin{cases} 1, & \text{if } (i,j) \rightarrow \text{възможна} \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (16)$$

Ако  $F_{(i,j)} = 0$ , то стъпки 4,5,6,7 и 8 се повтарят. Ако  $F_{(i,j)} = 1$ , то се преминава към стъпка 9.

9,10. Отчитат се стойностите на останалите параметри на машините от текущата комбинация  $(i,j)$  -  $g^{(j)}$ ,  $C_A^{(j)}$ ,  $C_l^{(j)}$ ,  $S_A^{(j)}$ ,  $q^{(i)}$ ,  $C_E^{(i)}$ ,  $t_{II}^{(i)}$ ,  $S_E^{(i)}$ ;

11. Пресмятат се  $t_{II}^{(i,j)}$ ,  $n^{(i,j)}$ ,  $\text{round}(N^{(i,j)})$  - закръглен брой автосамосвали,  $\Pi_{CM}^{(i,j)}$ ;

12. Пресмята се  $y^{(i,j)}$ :

$$y^{(i,j)} = \frac{C_E^{(i)} + C_A^{(j)} \text{round}(N^{(i,j)}) + C_l^{(j)} n^{(i,j)} 2l_p}{\Pi_{CM}^{(i,j)}} + \frac{E_H (S_E^{(i)} + S_A^{(j)} \text{round}(N^{(i,j)}))}{\Pi_{CM}^{(i,j)} T_{cmz}} \quad (17)$$

и получената стойност се въвежда в масив.

13,14. Извършва се проверка дали за текущата стойност на разстоянието  $l$  е достигнат зададеният брой итерации  $k_{max}$ . Ако не, то стъпки 4-13 се повтарят; ако да, то от формирания масив се определя минималната стойност  $\min y^{(i,j)}$  на критерия за оптимизация;

15. Проверява се достигната ли е максималната стойност на разстоянието  $l$ . Ако не, то стъпки 2-15 се повтарят със следващата стойност на  $l$ ; ако да, то се построява графиката и се излиза от алгоритъма.

За да се изследва влиянието на другите параметри върху оптималния вариант процедурата може да се повтори с нов набор от входни параметри в блок 1. Компютърната симулация е извършена при следните стойности на постоянните параметри:  $\gamma=1.7 \text{ t/m}^3$ ,  $T_{cmz}=300$ ,  $k_H=1$ ,  $k_P=0.82$ ,  $v_{CP}=20$ , km/h,  $t_{CM}=6$ , h. Получените резултати за оптималния вариант в зависимост от разстоянието  $l$  са показани на фиг.3, фиг.4, фиг.5 и фиг.6. Чрез  $q_e$ ,  $g_e$ ,  $n_e$  и  $y_e$  са означени оптималните стойности, получени от симулацията по алгоритъма, представен на фиг.2. Чрез  $q_i$ ,  $g_i$ ,  $n_i$  и  $y_i$  са означени теоретичните оптимални стойности, пресметнати по зависимостите (1) – (13). От фиг.3

се вижда, че до разстояние  $l=1$  km теоретичната оптимална товароподемност на самосвалите нараства, като резултатите от симулацията следват теоретичните стойности, разбира се с определено отклонение поради дискретния характер на резултатите от симулацията. В някои от случаите, например при  $l=0.7$  km, резултатите от симулацията значително се различават от теоретичните. Теоретичната оптимална товароподемност нараства по квадратична зависимост в целия интервал на промяна на разстоянието, а резултатите от симулацията показват товароподемност, която не може да надвиши максималната товароподемност, приведена в табл.2, а именно  $27\text{ m}^3$ . Това е резултат от факта, че симулацията се извършва с числените данни от табл.1 и табл.2, което води до големи разлики между теоретичните и симулационните резултати за стойности на разстоянието по-големи от  $l=1$  km. От фиг.4 се вижда, че теоретичния оптимален обем на кофата също нараства по квадратична зависимост, като съществуват известни разлики между симулационните и теоретичните резултати, но като цяло разликите в целия интервал на промяна на  $l$  са значително по-малки от разликите между теоретичните и симулационните резултати за автосамосвала. От представените на фиг.3 и фиг.4 резултати, а също така и от данните в табл.1 и табл.2, може да се заключи, че размерния ред на обемите на кофите достатъчно точно удовлетворява теоретично пресметнатите обеми, докато размерния ред на товароподемностите на автосамосвалите удовлетворява теоретично пресметнатите само при разстояние до  $l=1$  km. Разширяването на размерния ред на автосамосвалите в посока добавяне на автосамосвали с по-голяма товароподемност ще доведе до по-малки разлики между теоретичните и симулационните резултати.

На фиг.5 е показан необходимия брой автосамосвали за обслужване на багера. Както се вижда, тъй като след  $l=1$  km се избира самосвал с товароподемност  $27\text{ m}^3$ , която е по-малка от теоретично определената (фиг.3), то броят  $N$  на необходимите автосамосвали за обслужване на багера нараства над теоретичния брой, като при максималното разстояние необходимият брой е около два пъти по-голям от теоретично изчислени. Съвместният анализ на теоретичните и си-

мулационните резултати от фиг.3, фиг.4 и фиг.5 показва, че при увеличаване на разстоянието  $l$  е по-изгодно да се избират багер с по-голям обем на кофата и по-малко на брой автосамосвали, но с по-голяма товароподемност. Изборът на автосамосвал с по-малка товароподемност се компенсира с увеличаване на броя на автосамосвалите, но това води до увеличаване на приведените относителни разходи на комплекта.

На фиг.6 са показани теоретичните и симулационните резултати за оптималните относителни приведени разходи  $u$ . Както се вижда, теоретичните и симулационните резултати практически не се отличават и нарастват с увеличаване на разстоянието  $l$ .

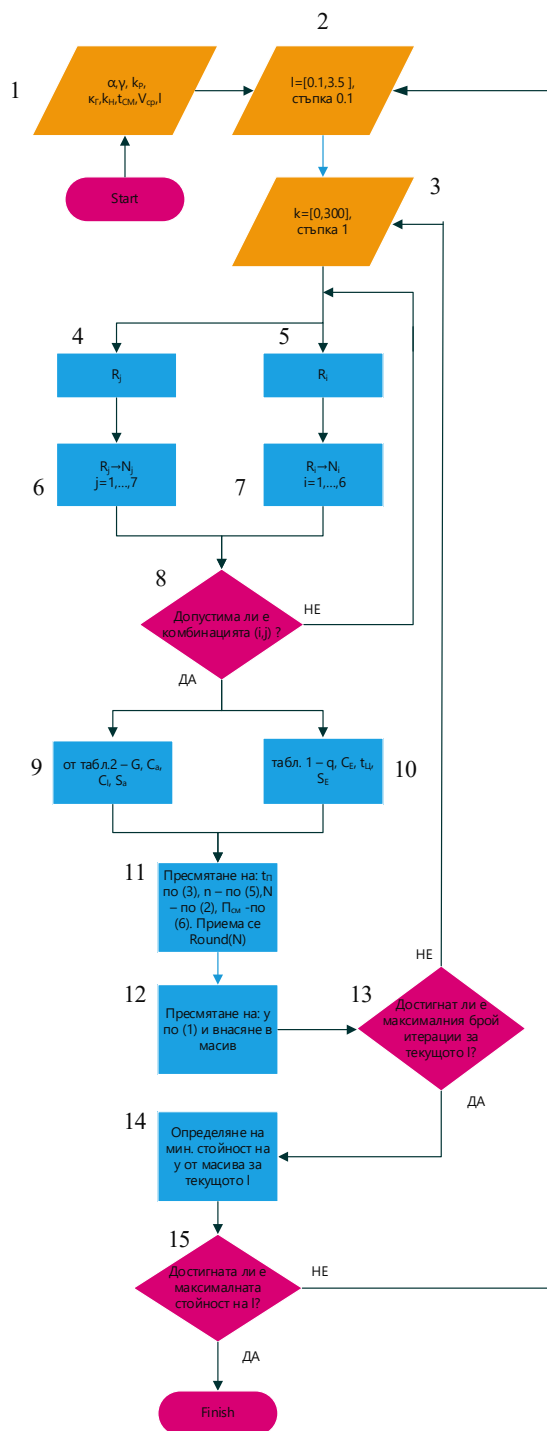
### 3. ИЗВОДИ

Извършената симулация за оптимален избор на комплект машини по метода на статистическото моделиране показва, че:

1) Получените в [2] теоретични зависимости за оптималния обем на кофата на багера и оптималната товароподемност на автосамосвала са валидни ако разходите и продължителността на цикъла са апроксимирани чрез линейни зависимости. В много случаи реалната зависимост е нелинейна и нейната обосновава замяна с линейна води до значителна грешка при определяне на оптималните характеристики;

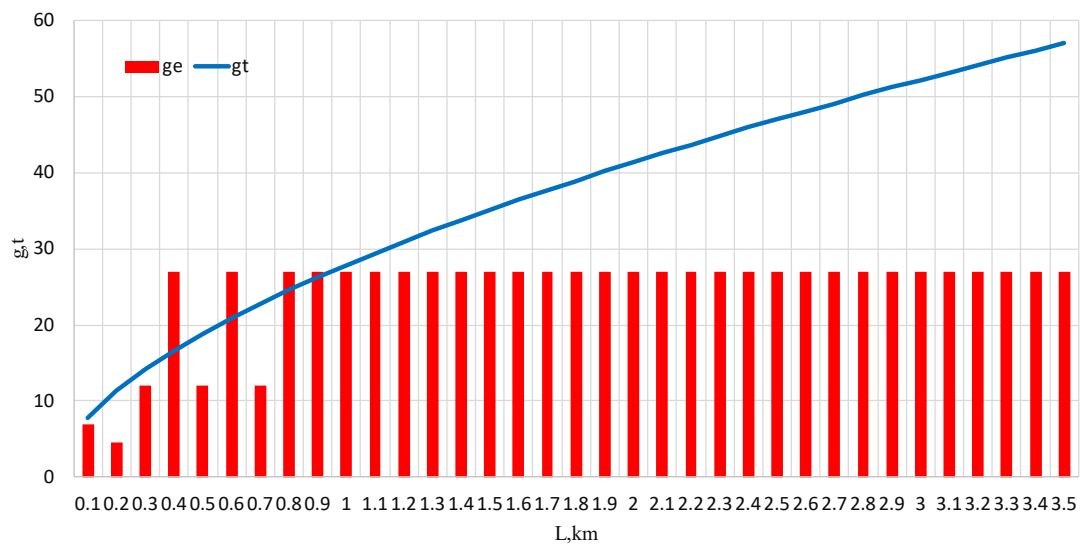
2) Теоретично определените оптимални параметри не съвпадат с параметрите на машините в наличния размерен ред. Избирането на най-близките в наличния размерен ред машини води до отклонение от теоретично определената минимална стойност на критерия за оптимизация, поради което оптималният комплект се подбира чрез извършване няколко изчислителни итерации - оценяват се характеристиките на няколко възможни комплекта и се подбира оптималния съобразно наличния размерен ред машини;

3) Изборът на оптимален комплект машини чрез метода на статистическото моделиране отчита дискретния характер на проблема. Освен оптималното решение, могат да се получат и субоптималните решения, разширявайки по този начин възможностите за избор между повече от един комплект машини.

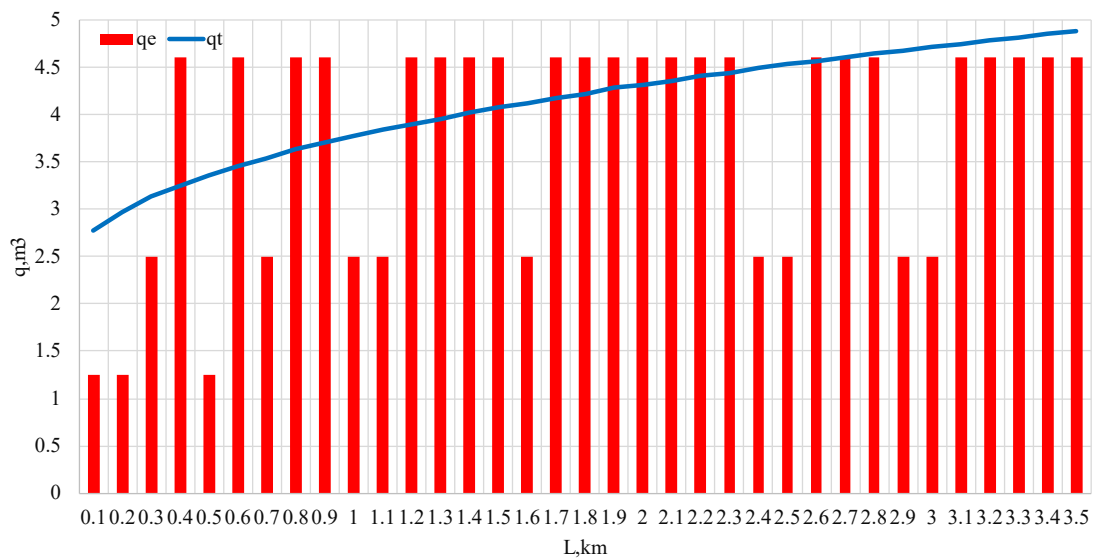


фиг.2 Блок – схема на алгоритъма на метода

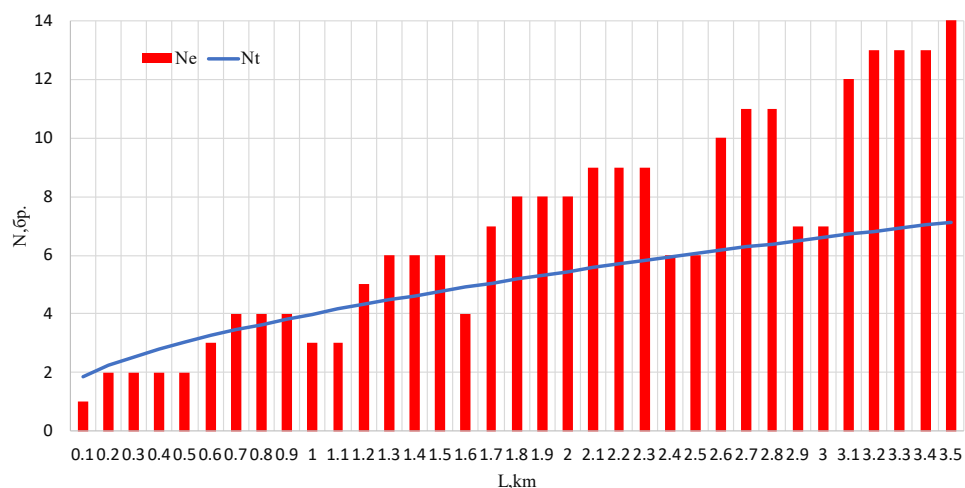




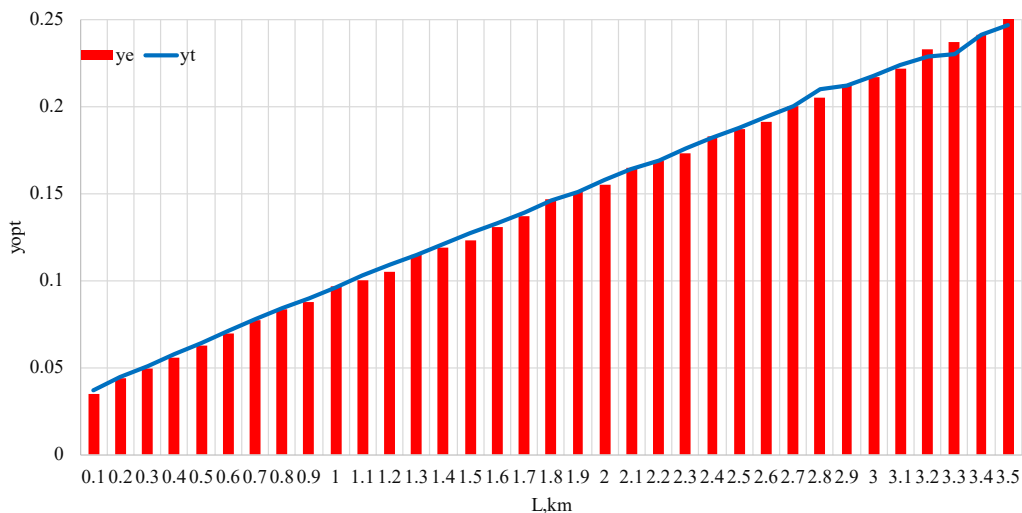
фиг.3 Теоретична и симулационна оптимална товароподемност на автосамосвала



фиг.4 Теоретичен и симулационен оптимален обем на кофата на багера



фиг.5 Теоретичен и симуляционен оптимален брой автосамосвали



фиг.6 Теоретични и симуляционни минимални относителни приведени разходи на комплекта

**Литература**

1. **Кътов П., Беновски А., Стоянова М., Габровски К., Василев К.** Ръководство за упражнения по строителни машини. София, Техника, 1986.
2. **Кудрявцев Е.** Комплексная механизация строительства. Москва, АСВ, 2013.
3. **Лещинский А., Вербицкий Г., Шишкин Е.** Комплексная механизация строительства. Хабаровск, ТОГУ, 2015
4. **Панов В.** Оценка на часовите разходи за владеење и експлоатация на земекопни и пътни машини, част 1, сп. Строителна техника, бр. 10, 32-40, С., 2006.

5. **Панов В.** Оценка на часовите разходи за владеење и експлоатация на земекопни и пътни машини, част 2, сп. Камioni, бр. 4, 78-84, С., май 2007.
6. **Туджаров Б.** HTML 5 CANVAS интерактивни Web страници, САх технологии, Бр.№2, декември 2014, ISSN 1314-9628, Технически университет – София.
7. **Kroese D, Taimre T., Botev Z.** Handbook of Monte Carlo methods. John Wiley & Sons, Hoboken, NJ 2011
8. **Lee, J.** A First Course in Combinatorial Optimization, Cambridge Texts in Applied Mathematics, Cambridge University Press, 2004. ISBN 9780521010122.

## АНАЛИЗ И СИСТЕМАТИЗАЦИЯ НА НОРМАТИВНАТА БАЗА ЗА СЪОРЪЖЕНИЯ ПОД НАЛЯГАНЕ

**Атанас ДИШКЕЛОВ**

катедра „ОТСК“, Технически университет - София, България

e-mail: atanas.stojanov1@abv.bg

**Резюме:** В настоящия доклад се прави проучване и анализ на европейското законодателство в областта на съоръженията под налягане. Разглеждат се нормативните актове, необходимостта от тяхното прилагане, йерархичната им подредба и взаимовръзките със съответните стандарти. Определят се различните групи съоръжения под налягане и ключовите параметри, по които се разделят. Направен е систематизиран преглед на нормативната база – приложимите актове със съществените изисквания към продуктите и хармонизираните към тях стандарти. Настоящото изследване има за цел да запознае, подпомогне и улесни заинтересованите страни да се ориентират в голямото многообразие от съоръжения под налягане и приложимите към тях изисквания, при изпълнение на задачите свързани с проектирането, производството и експлоатацията им.

**Ключови думи:** европейско законодателство, съоръжения под налягане, систематизиран преглед

### 1. АНАЛИЗ НА ЕВРОПЕЙСКОТО ЗАКОНОДАТЕЛСТВО ЗА СЪОРЪЖЕНИЯ ПОД НАЛЯГАНЕ

Принципът на свободно движение на стоки налага да са безопасни по предназначение и да съответстват на приложимите към тях изисквания, както и икономическите оператори да могат да се възползват от равни условия при предоставяне продуктите си на пазара. Това се постига с обща регулаторна рамка, гарантираща свободно придвижване във всички части на Съюза по същия начин, както това става в границите на отделните държави, което означава, че съществените изисквания, техническите стандарти, метрологичните дефиниции и оценяването на съответствието трябва да бъдат управлявани от правила, установени на европейско ниво. Съоръженията под налягане са голяма група технически продукти, предимно за професионална употреба, които не оказват пряко въздействие върху общественото здраве и безопасност, каквито са продуктите обхванати от директивите „Стар подход“. Те са с близки характеристики по предназначение и приложение и с близка степен на риск, който е свързан с употребата им, поради това в Европейското техническо законодателство са обхванати от Директивите „Нов“ и „Глобален подход“.

В Директивите „Нов подход“ се определят съществените изисквания за безопасност, на които трябва да отговарят продуктите, за да бъдат безопасни по предназначение, а конкретните изисквания са дадени в хармонизирани към тях стандарти. Създаването на хармонизирани стандарти, процедурите за тяхното одобрение и възможностите за възражение срещу тях са дадени в Регламент 1025/2012/ЕС.

Високата степен на риск при употреба, изисква прецизно определяне на съществените изисквания, като за един продукт винаги се налага да бъдат приложени няколко законодателни акта, които да обхванат тези изисквания напълно. Съществените изисквания са точно и ясно формулирани в директивите, като имат правно обвързващ ефект и производителят може сам да избере, дали да ги изпълни като приложи хармонизирани стандарти или други технически спецификации.

Машинният сектор, към който спадат съоръженията под налягане обхваща значителна част от отрасъл машиностроене и представлява една от промишлените опори на икономиката на Общността. Големият брой злополуки и последиците от тях, предизвикани пряко от използването на машините, може да бъде намален чрез интегрирането на принципите на безопасност при самото проектиране, изработване и оценяване на съответствието, както и чрез правилното им монтиране и поддръжка.

Директива 2006/42/ЕС (машинна директива), дава указания относно сближаването на законодателствата на държавите-членки по отношение на машините. В нея се поставя изискването, че преди да пусне на пазара и/или да пусне в експлоатация дадена машина, производителят или неговият упълномощен представител трябва да:

а/ следи тя да отговаря на съответните съществени изисквания за безопасност и опазване на здравето;

б/ следи да бъде налично техническото досие;

в/ предостави на разположение необходимата информация, като например инструкцията за експлоатация;

г/ прилага необходимите процедури по оценяване на съответствието;

д/ изготви ЕО декларация за съответствие и да следи тя да бъде приложена към машината;

е/ постави маркировката „СЕ“.

Машините, притежаващи маркировка „СЕ“ и придружавани от ЕО декларация за съответствие отговарят на настоящата директива. В нея са дадени общите изисквания, на които трябва да отговарят всички машини, като конкретните изисквания се дават във всяка директива отнасяща се за група продукти.

Определянето на съществените изисквания и разработването на хармонизирани стандарти не са достатъчни, за да се създаде необходимото ниво на доверие между страните-членки и да се гарантира високо ниво на защита на обществен интерес. Това налага разработването и прилагането на подходяща хоризонтална политика и инструменти чрез новата законодателна рамка (НЗР), наречена още „Глобален подход“ или „Законодателство на Съюза за хармонизация“. Регламент 765/2008/ЕС и Решение 768/2008/ЕС не могат да се разглеждат самостоятелно и поотделно, защото имат общи принципи и взаимно се допълват. Те са в основата на НЗР, като обединяват всички необходими елементи на една цялостна регулаторна уредба, която гарантира съответствието на промишлените продукти с претите към тях изисквания, и правилното функциониране на Единния Европейски пазар.

Регламент 765/2008/ЕС налага ясни задължения на страните-членки във връзка с акредитацията – взаимно признаване на актовете издадени от компетентните органи по оценяване съответ-

ствието на продуктите и относно надзора на пазара, като по този начин създава еднакво ниво на защита на потребителите и на всички заинтересовани страни. Регламентът поставя основните правила относно маркировката „СЕ“ – нейното значение, задължение на производителя или неговия упълномощен представител за поставянето ѝ, както и начин на оформяне (за съоръженията под налягане, както ще видим по-долу се допускат някои изключения).

Решение 768/2008/ЕС дава обща рамка относно предлагането на пазара на продукти. Определя задълженията на различните икономически оператори, доразвива принципите свързани с маркировката „СЕ“, регламентира изискванията спрямо органите за оценяване на съответствието и определя процедурите, по които да се извършва оценяване съответствието на продуктите. Оценяването на съответствието трябва да доказва, че всички приложими към продуктите изисквания са изпълнени. Използването на хармонизирани стандарти е доброволно и е презумция за съответствие със съществените изисквания. Производителът може да приложи и други технически спецификации, като тогава ще бъде натоварен да докаже, че те изпълняват съществените изисквания по същия начин, както това правят хармонизираните стандарти. В повечето от тези случаи се налага органът за оценяване на съответствието да бъде трета независима страна.

За да не се налагат ограничителни мерки пред свободното движение на стоки, които законно се продават в някоя от страните-членки, само въз основа поставяне на изискване за спазване на определени национални технически правила е приет Регламент (ЕО) № 764/2008, относно установяване на процедурите, свързани с прилагането на някои национални технически правила за продукти, законно предлагани на пазара в други държави-членки. Тук под техническо правило се има предвид всяка законова, подзаконова или административна разпоредба, която не е предмет на хармонизиране на общностно ниво. Ограничаване свободното движение на продуктите може да става само при съмнения относно тяхната безопасност по предназначение.

За съоръженията под налягане се прилагат и две хоризонтални директиви – 85/374/ЕЕС „Относно отговорността за щети, нанесени от де-

фектни продукти“ и 2001/95/ЕС „Относно общата безопасност на продуктите“. Отчита се факта, че в ЕТЗ не може да се разработи отделен акт за всеки продукт, който съществува или ще бъде създаден и затова се поставя широкообхватна законодателна рамка за всички продукти.

В сектора на съоръженията под налягане има строги правила и изисквания относно прилагането на съответното законодателство и стандарти, и провеждането надзор на пазара. С НЗР се гарантира стабилна, предвидима и последователна регулаторна политика, свободно движение на продуктите, подпомагат се икономическите оператори при осъществяване на тяхната дейност, предотвратява се нелоялна конкуренция и се гарантира високо ниво на защита на обществените интереси.

## 2. СИСТЕМАТИЗАЦИЯ НА НОРМАТИВНАТА БАЗА

Съоръженията под налягане играят важна роля в битата и в производствените процеси, като към тях се отнасят широка гама продукти: от преносими пожарогасители, тенджери под налягане, бойлери, цистерни, парни турбини, до индустриални тръбопроводи и сложни инсталации в електроцентралите. Те са обхванати от четири директиви, които осигуряват адекватна законодателна рамка на Европейско ниво относно рисковете свързани с налягането, при употребата им.

**2.1.** Директива 2014/68/ЕС за хармонизиране на законодателството на държавите-членки за предоставяне на пазара на съоръжения под налягане, се отнася за проектиране, производство и оценяване на съответствието на съдове, тръбопроводи, устройства за безопасност, устройства под налягане и функционални групи, работещи при максимално допустимо налягане над 0.5 bar (0.05 MPa). Съоръженията работещи при по-ниско налягане не представляват опасност по отношение на налягането и затова не се причисляват към съоръженията с повишена опасност. Съществените изисквания са дадени за различните видове съоръжения, които се разделят на:

а/ Групи - в зависимост от вида на работния флуид:

- 1-ва група – тези, чиито флуиди проявяват опасни свойства, като: експлозивни, много силно

запалими, силно запалими и запалими, на които максималната допустима температура е над точката на запалване, много токсични, токсични и оксидиращи.

- 2-ра група - тези, които работят с всички останали флуиди, които не са в 1-ва група.

б/ Категории, във възходяща степен на опасност – в зависимост от големината на произведеното PS x V (максимално допустимо налягане по вътрешен обем), за различните видове съоръжения, и биват I, II, III и IV категория.

Конкретните изисквания са дадени в около двеста хармонизирани към тази директива стандарта, публикувани в Официалния журнал на Европейския Съюз. Също така в този журнал има публикувани и четири Европейски одобрения на материалите. Те представляват технически документ, в който се определят характеристиките на материалите, предназначени за многократна употреба при производство на съоръжения под налягане, за които няма хармонизирани стандарти.

Оценяването на съответствието се извършва по модули за различните категории, като съответно за най-ниската категория на опасност е даден за изпълнение най-лекият модул: 1. Категория I – Модул А; 2. Категория II – Модул А2, D1 и E1; 3. Категория III – Модул В+D, В+F, В+E, В+C2 и H; 4. Категория IV – Модул В+D, В+F, G и H1.

След успешното приключване на процедурата по оценяване на съответствието се поставя маркировка “CE”. Европейското законодателство допуска някои изключения в тази област по отношение на съоръженията под налягане. Това става, когато оценяването на съответствието е извършено от „инспекторат на ползвателя“, като съоръженията под налягане и функционалните групи могат да се използват само на места, ръководени от група, част от която представлява споменатия инспекторат. В тези случаи се допуска да не се поставя маркировка “CE”. Инспекторатът на ползвателите може да оценява съответствието само по модули А2, С2, F и G. [1]

**2.2.** Директива 2014/29/ЕС за хармонизиране на законодателствата на държавите-членки във връзка с предоставянето на пазара на обикновени съдове под налягане - отнася се за произведени серийно заварени съдове, подложени на вът-

решно относително налягане, по-голямо от 0.5 bar (0.05 MPa), предназначени да съхраняват въздух или азот и които не са предназначени да бъдат подлагани на нагряване с открит пламък. Определени са минималната и максимална работна температура, които са съответно не по-ниска от 50 °C и не по-висока от 300 °C за стоманени съдове или 100 °C за алуминиеви. Максималното работно налягане на съда не трябва да надвишава 30 bar (3 MPa) и произведението от това налягане и неговия обем ( $PS \times V$ ) да не е повече от 10000 bar.L (1000 MPa.L). За съдове, за които произведението  $PS \times V$  е по-голямо от 50 bar.L (5 MPa.L), съществените изисквания за безопасност са дадени в Директивата. Съдове, на които произведението  $PS \times V$  е по-малко или равно на 50 bar.L (5 MPa.L), се проектират и произвеждат в съответствие с утвърдената инженерна практика в някоя от страните-членки. Към настоящата директива има седем хармонизирани стандарта публикувани в Официалния журнал на Европейския Съюз. Определянето на модули за оценяване на съответствието са в зависимост от големината на произведението  $PS \times V$ , като се започва от най-лекия модул за съдове представляващи най-малък риск и се върви във възходящ ред. [2]

2.3. Директива 2010/35/ЕС относно транспортируемото оборудване под налягане се отнася за всички транспортируеми съдове под налягане, цистерни, превозни средства/вагони, многоселементни газови контейнери, техните клапани и, ако е приложимо, други допълнителни средства. В директивата се дава право на държавите-членки да определят на своя територия местни изисквания за средно- или дългосрочно съхраняване или използване на транспортируемото оборудване под налягане на място. Те обаче не могат да определят допълнителни изисквания относно самото транспортируемо оборудване под налягане. На транспортируемото оборудване под налягане, след оценяване на съответствието се поставя маркировка „P1”, която посочва, че транспортируемото оборудване под налягане съответства на приложимите изисквания за оценяване на съответствието, предвидени в приложенията към Директива 2008/68/ЕО относно вътрешния превоз на опасни товари, и настоящата директива. [3]

2.4. Директива 75/324/ЕЕС относно сближаване законодателствата на държавите-членки, свързани с аерозолни опаковки. Това е една от най-старите европейски директиви по отношение безопасността на продуктите. Въпреки, че не е изцяло променяна от приемането си, директивата три пъти е преработвана, за да бъде адаптирана към техническите нововъведения. Отнася се за контейнери за еднократна употреба, направени от метал, стъкло или пластмаса, съдържащи компресиран, втечен или разтворен газ под налягане. Определени са изискванията за безопасност по отношение на налягането и където е приложимо, по отношение на запалимостта. За метални опаковки максималният допустим обем е 1000 ml и налягането не трябва да превишава 12 bar (1.2 MPa). За стъклени опаковки големината на обема трябва да е до 220 ml и налягането да бъде до 9 bar (0.9 MPa). За пластмасови опаковки изискванията са като за стъклените. Символът „3” (обърната буква епсилон) удостоверява, че са спазени изискванията на тази директива. Аерозолните опаковки поради своята специфика трябва да отговарят на строги правила за безопасност. Те са съоръжения под налягане, но не са включени към групата на съоръженията с повишена опасност. [4]

#### 4. ИЗВОДИ

Осъществяването на определени дейности налага използването на съоръжения под налягане. Основен фактор за осигуряване на безопасната им експлоатация е наличието и прилагането на комплекс от технически нормативни документи и стандарти. Спазването на заложените в тях изисквания е гаранция за постигане на целите, за които са проектирани, правилното им функциониране и избягването на аварии. Задълбоченото познаване на Европейското Техническо Законодателство (ЕТЗ), като цяло и за всеки един продукт поотделно е необходимо при въвеждането и прилагането му на национално ниво, като по този начин се гарантира свободното движение на стоки и услуги в Единния Европейски Пазар, подпомага се конкурентноспособността и се защитават интересите на всички заинтересовани страни.

#### Благодарности

Изследването е разработено по проект № 18ПД0020-06, финансиран от НИС на ТУ-София.

#### Литература

1. **Директива 2014/68/ЕС** за хармонизиране на законодателството на държавите-членки за предоставяне на пазара на съоръжения под налягане

2. **Директива 2014/29/ЕС** за хармонизиране на законодателствата на държавите-членки във връзка с предоставянето на пазара на обикновените съдове под налягане

3. **Директива 2010/35/ЕС** относно транспортируемото оборудване под налягане

4. **Директива 75/324/ЕЕС** относно сближаване законодателствата на държавите-членки, свързани с аерозолните опаковки.

## ANALYSIS AND SYSTEMATIZATION OF THE REGULATORY BASE FOR PRESSURE EQUIPMENTS

**Atanas DISHKELOV**

Technical University-Sofia, Bulgaria

e-mail: [atanas.stojanov1@abv.bg](mailto:atanas.stojanov1@abv.bg)

**Abstract:** This report explores and analyzes European legislation on pressure equipment. The normative acts, the need for their application, their hierarchical order and their interrelations with the relevant standards are considered. Different pressure equipment groups and the key parameters by which they are separated are determined. Systematic review of the legal framework - the applicable acts with the essential requirements for the products and the harmonized standards are made. This study seeks to familiarize, assist and facilitate stakeholders to orient themselves in the wide variety of pressure equipments and the requirements applicable to them in carrying out tasks related to their design, manufacture and operation.

**Keywords:** european legislation, pressure equipments, systematic review